# Долгиот живот како ризик: ануитетите од вториот столб во Северна Македонија

**Филип Филиповски**

**Скопје, септември 2026**

## Апстракт

Вториот пензиски столб на Северна Македонија влегува во исплатна фаза во 2029 кај жените и 2031 кај мажите, а ниту еден осигурувач нема дозвола за класата 24. Прво, статичната (периодна) таблица на смртност ја потценува цената на доживотниот ануитет за 7,94% кај мажите и 7,45% кај жените, а потценувањето расте со секоја наредна кохорта. Второ, стандардниот шок од 20% на Солвентност II е доволен на едногодишниот хоризонт за кој е дефиниран: еквивалентниот шок од македонските податоци е 10,9% и 13,4%. Трето, при денешните законски параметри и вреднување како во Солвентност II нема цена на ануитет што е истовремено исплатлива за осигурувачот и барем еднаква на програмираното повлекување; по домашните правила маргината е позитивна, но мала. Основа е првата стохастичка проекција на смртноста за Северна Македонија (Ли-Картер во Поасонова форма, 5.000 патеки по пол, пандемиските години со нулта тежина) врз податоци од Евростат и ДЗС за 2003-2023. Очекуваното траење на животот на 65 години во 2050 е 18,51 години кај мажите и 20,57 кај жените, а проверка врз Бугарија и Естонија покажува дека интервалите се претесни (покриеност 57,5% наспроти 95%). На ниво на системот сегашната вредност на салдата до 2040 е 10,30% од БДП при целосна ануитизација, а прифаќање од 27,6% би го исцрпило денешниот капитал на осигурувањето на живот. Заедничкиот стандард за таблиците од членот 22 треба да се донесе пред првата дозвола, како проектирана кохортна основа со долен праг за подобрувањето, заедно со каматните и индексациските параметри.

**Клучни зборови:** ризик од долговечност; стохастичко моделирање на смртноста; модел на Ли-Картер; ануитети од вториот столб; Солвентност II; Северна Македонија

**JEL:** G22, J11, J26, H55

## 1. Вовед

Пописот од 2021 година ја намали проценетата популација на Северна Македонија и наложи ревизија на целата популациска серија, а иселувањето на млади лица го забрзува стареењето, па коефициентот на старосна зависност речиси се удвојува меѓу 2025 и 2050 година (ДЗС, 2023; Raveni, Ismaili and Bajrami Ollogu, 2024; Lozanoska and Janeska, 2024). Вториот, задолжителен капитално финансиран столб работи од 2006 година и на крајот на 2025 година опфаќа 569.135 членови, со нето средства од 18,0% од бруто домашниот производ (МАПАС, 2026). Бидејќи членството на родените пред 1967 година беше укинато во 2019 година, приливот на пензионери со сметка во вториот столб е нула до 2029 година кај жените и 2031 кај мажите, а потоа расте брзо: до 2040 година старосната граница ја достигнуваат 107.522 членови.

Членот 22 од законот што ја уредува исплатната фаза (Собрание на РСМ, 2012) им наложува на Агенцијата за супервизија на осигурување (АСО) и на Агенцијата за супервизија на капитално финансирано пензиско осигурување (МАПАС) да ги определат минималните стандарди за таблиците на смртност, под исти услови за осигурителните и за пензиските друштва, имајќи ја предвид специфичноста на ануитетната популација и подобрувањето на долговечноста. МАПАС ги донесе своите правилници во 2022 година (МАПАС, 2022b). Заедничкиот стандард од ставовите (2) и (6) сè уште не е донесен. Ниту едно од 6 друштва за осигурување на живот нема дозвола за класата 24 (ануитети за корисници на пензии од вториот столб), па сите старосни исплати досега се програмирани повлекувања (71 корисник на крајот на 2024 година) и ниту еден доживотен ануитет не е исплатен (МАПАС, 2025; АСО, 2026b, 2026a). Трудот е затоа студија за подготвеност: ги мери цената и капиталот на пазарот пред тој да започне и проверува дали при денешните законски параметри тој може да се формира.

Истражувачките прашања се четири. **ИП1:** колку брзо се подобрува смртноста на возрасти над 60 години во Северна Македонија и колку е неизвесен тој тренд? **ИП2:** колку вреднувањето врз статична (периодна) таблица ја потценува цената на доживотен ануитет во однос на проектирана (кохортна) таблица, на законските старосни граници од 64 години за мажи и 62 за жени? **ИП3:** дали стандардниот шок за долговечност од Солвентност II (трајно намалување на стапките на смртност за 20%) е соодветен за македонски податоци во споредба со модел-базирана вредност под ризик на ниво 99,5% (European Commission, 2015)? **ИП4:** колкава е потенцијалната обврска по ануитети од вториот столб на ниво на системот, во денари и како удел во бруто домашниот производ, при стапки на прифаќање од 30%, 60% и 100%?

Хипотезите се три. **Х1:** смртноста на возрасти над 60 години покажува статистички значајно подобрување откако пандемиската смртност од 2020 и 2021 година ќе биде соодветно третирана. **Х2:** статичните периодни таблици го потценуваат ануитетниот фактор во однос на кохортно проектираните. **Х3:** стандардниот шок од 20% материјално се разликува од модел-базираната вредност под ризик на ниво 99,5%, при што насоката на разликата се утврдува од податоците.

Придонесот е четворен, колку што му е познато на авторот по пребарувањето од делот 2.5. Прво, не е најдена постара стохастичка проекција на смртноста за Северна Македонија со квантифицирана неизвесност: најблиската домашна претходница (Bajatov, 2015) и официјалните проекции (ДЗС, 2023) се детерминистички, а моделот на Ли и Картер (Lee-Carter) (Lee and Carter, 1992) овде е оценет во Поасонова форма (Brouhns, Denuit and Vermunt, 2002) врз пописно ревидирани изложености. Второ, не е најдена домашна пресметка на јазот меѓу периодна и кохортна таблица во цената на ануитетот, ниту проверка на стандардниот шок од Солвентност II наспроти модел-базирана вредност под ризик, иако калибрацијата на шокот делумно се заснова на историска вежба врз девет неименувани земји (EIOPA, 2014). Трето и најважно, трудот објаснува зошто пазарот не се формирал: при законски допуштените параметри и вреднување како во Солвентност II нема цена истовремено исплатлива за осигурувачот

и најмалку еднаква на исплатата од програмираното повлекување, а по домашните правила маргината е позитивна, но мала (делот 7.4); до 2029 година нови пензионери со втор столб има само по изјава за продолжување, па поголема побарувачка се очекува дури потоа. Четврто, резултатите даваат основа за заедничкиот минимален стандард од член 22: оценка на подобрувањето, распон на неизвесност, капитални величини и праг на апсорпција.

Основни поими што се користат во трудот

| Поим | Значење |
|---|---|
| Периоден индекс $\kappa_t$ | заедничко ниво на смртноста во годината $t$, за сите возрасти |
| Наклон $\delta$ | просечна годишна промена на $\kappa_t$; негативен наклон значи подобрување на смртноста |
| Ануитетен фактор $\ddot{a}^{(12)}$ | сегашна вредност на доживотна пензија од една парична единица годишно, исплатувана месечно |
| Периодна и кохортна таблица | периодна: смртноста од една календарска година, замрзната; кохортна: смртноста што една генерација ќе ја доживее, со проектирано подобрување |
| Најдобра проценка на обврските (BEL) | сегашна вредност на очекуваните исплати, без маргина |
| Капитално барање за солвентност (SCR) | капитал што покрива загуба со веројатност еден на двесте во една година |
| Маргина на ризик (RM) | додаток за трошокот на капиталот што го држи ризикот до истекот на обврската |
| Вредност под ризик (VaR) | квантил на распределбата на загубата; на ниво 99,5% е загубата еден на двесте |
| Едногодишен хоризонт и до истекување | едногодишен: ризикот во наредната година, основата на Солвентност II; до истекување: целиот ризик до крајот на договорот |
| Пазарно усогласена основа | вреднување со безризичната крива на ЕИОПА за евро, како во Солвентност II |
| Домашна валоризациска основа | вреднување со приносот на домашните државни обврзници, како во важечкиот домашен режим |
| Стапка на нулта маргина | каматна стапка при која ануитетот не носи ни добивка ни загуба за осигурувачот |
| Програмирано повлекување | исплата на салдото на рати од пензиското друштво, без осигурување на долговечноста |

## 2. Преглед на литературата

### *2.1 Стохастички модели на смртноста*

Современото моделирање потекнува од моделот на Ли-Картер (Lee and Carter, 1992): логаритамот на централната стапка на смртност е возрасно ниво плус билинеарен член од возрасна осетливост и временски индекс, екстраполиран како случајно талкање со наклон (random walk with drift). Брунс, Денуи и Вермунт (Brouhns, Denuit and Vermunt, 2002) го оценуваат со Поасонова регресија врз бројот на умрени, што ја третира варијабилноста на малите броеви, одлучувачка за популација со обемот на македонската (делот 5.1).

Моделот на Кернс, Блејк и Дауд (Cairns-Blake-Dowd) (Cairns, Blake and Dowd, 2006) ја моделира логит-веројатноста за смрт над 60 години, каде што кривата е приближно линеарна, па е погоден за ануитетни прашања. Реншо и Хаберман (Renshaw and Haberman, 2006) воведуваат кохортен член, со познати проблеми на идентификуваност (Hunt and Blake, 2020) (делот 5.2). Кернс и соработниците (Cairns *et al.*, 2009)

споредуваат осум модели и заклучуваат дека ниту еден не доминира: прилегнувањето, парсимонијата, стабилноста на оценките и веродостојноста на проектираната неизвесност се вреднуваат заедно, а Дауд и соработниците (Dowd *et al.*, 2010) предлагаат ретроспективна проверка (backtesting) на целата предвидена распределба, критериум што е поважен кај кратки серии.

За мали популации, кохерентното предвидување на Ли и Ли (Li and Lee, 2005) и моделот SAINT на Јарнер и Кригер (Jarner and Kryger, 2011) ги поврзуваат локалните отстапувања со трендот на поголема референтна популација и така ги стабилизираат оценките кај кратки серии со голем шум. Тие се методолошки најблиски до овој проблем. Сите модели се оценуваат со пакетот StMoMo (Villegas, Kaishev and Millossovich, 2018).

### *2.2 Ризикот од долговечност во режимите на солвентност*

Рамката „Солвентност II“ бара капитално барање за солвентност (SCR) калибрирано како вредност под ризик (VaR) на ниво од 99,5% во хоризонт од една година (European Parliament and Council, 2009). Подмодулот за долговечност во стандардната формула е моментално и трајно намалување на стапките на смртност за 20% (European Commission, 2015). Документацијата за калибрацијата (EIOPA, 2014) ја изведува бројката од студија со распон од 5% до 35%, од внатрешни модели со медијана од 25% и од историска вежба врз девет неименувани земји за 1992-2006. Ниту еден именуван извор не е од овој регион, па пренесливоста на шокот треба да се провери.

Бергер (Börger, 2010), врз машката смртност на Англија и Велс и тогашниот шок од 25%, покажува дека детерминистичкиот шок не е рамномерно конзервативен: зависно од возраста и портфолиото, може и да го потцени и да го прецени модел-базираното барање, а Оливиери и Питако (Olivieri and Pitacco, 2009) покажуваат колку целното капитално ниво се менува при стохастичка смртност. Други трудови го усогласуваат едногодишниот регулаторен хоризонт со ризик што се реализира низ децении: Плат (Plat, 2011) ја разложува неизвесноста на ниво, тренд и волатилност и конструира едногодишна мерка, а Ричардс, Кари и Ричи (Richards, Currie and Ritchie, 2014) капиталот го мерат преку повторно оценување на моделот по една дополнителна година податоци, разлика одлучувачка за делот 7.1. Бунен (Boonen, 2017) ја преиспитува и самата мерка на ризик, предлагајќи очекуван недостиг (expected shortfall).

### *2.3 Вреднување на ануитети, „вредност за парите“ и селекција*

Теориската основа ја поставува Јаари (Yaari, 1965): при актуарски фер цени и без мотив за оставина, целосната ануитизација е оптимална, а во пракса доброволното прифаќање е далеку од целосно (Mitchell *et al.*, 1999), па целосното прифаќање во делот 7.6 е горна граница на изложеноста. Емпириската литература ја мери цената преку „вредноста за парите“ (money’s worth), односот меѓу очекуваната сегашна вредност на исплатите и премијата, пресметан со популациски и со ануитантски таблици (Mitchell *et al.*, 1999). Разликата е последица на негативната селекција, документирана од Финкелштајн и

Потерба (Finkelstein and Poterba, 2004) на британскиот пазар, а овој труд ја применува истата логика на разликата меѓу периодна и кохортна таблица. Прегледот на пазарот за пренос на ризикот од долговечност (Blake, Kallestrup-Lamb and Rangvid, 2023) покажува дека тој ризик тешко се пренесува на трети страни дури и на развиени пазари.

### *2.4 Пандемијата COVID-19 и проекциите на смртноста*

Пандемиската смртност во 2020 и 2021 година го отвора прашањето дали тие години се дел од трендот, привремено отстапување или посебен режим. Шнурх и соработниците (Schnürch *et al.*, 2022) за девет европски земји покажуваат дека вклучувањето на 2020 година во калибрацискиот период може да ја промени вредноста на ануитетот за до 9% и трајно да ја зголеми проекцискатa неизвесност. Робен, Антонио и Девриент (Robben, Antonio and Devriendt, 2022) предлагаат експлицитна компонента за пандемиски шок во мултипопулациски модел, а Данг и соработниците (Dang, Kamiya and Zhou, 2026) ја применуваат врз 34 земји. Третманот на 2020-2021 година тука е документиран во три варијанти (делот 5.3) и проверен во делот 6.5.

### *2.5 Домашна и регионална литература*

Најблиската домашна претходница е наградената студија на Бајатов (Bajatov, 2015), која со маргина од искуството на ануитантите на странски пазари ги коригира македонските популациски таблици и наоѓа значително пониска смртност на ануитантите речиси на сите возрасти. Корекцијата е статична и пресечна, а овој труд изработува временска проекција со квантифицирана неизвесност и го поставува прашањето за капиталната адекватност. Проекциите на населението до 2070 година на Државниот завод за статистика (ДЗС) (ДЗС, 2023) се кохортно-компонентни, со две детерминистички хипотези за смртноста, со изречно апстрахирање од пандемискиот шок и без интервал на неизвесност. Домашната демографска литература ја документира депопулацијата и забрзаното стареење по пописот од 2021 година (Lozanoska and Janeska, 2024), со иселувањето како главна причина за влошувањето на односот меѓу осигурениците и корисниците (Raveni, Ismaili and Bajrami Ollogu, 2024). Литературата за пензискиот систем е фискална: моделот MK-PENS ги оценува дефицитот на јавниот столб и реформските сценарија (Petreski and Gacov, 2018; Petreski and Petreski, 2021), а поновата анализа го вклучува и вториот столб (Xhemali, Bexheti and Pulejkov, 2025). Ниту една не ги разгледува таблиците на смртност, ануитетниот фактор или капиталните барања.

Регионално, уредувањето на исплатната фаза долго е нерешено: Витас, Рудолф и Полнер (Vittas, Rudolph and Pollner, 2010) ги поставуваат опциите за Централна и Источна Европа, Губелс и соработниците (Gubbels, Snelbecker and Zezulin, 2007) ги документираат раните искуства на Косово, Нестиќ (Nestić, 2019) хрватскиот случај, единствениот во соседството со оперативен давател, а Алтипармаков и Матковиќ (Altiparmakov and Matković, 2018) спротивниот избор на Србија; Милев (Milev, 2020) и Штерпин, Лапоршек и Вовк (Šterpin, Laporšek and Vovk, 2026) ја обработуваат истата задача за Бугарија и Словенија. Прегледот е дополнет со примарните правни текстови на четири исплатни режими од Европската унија (Хрватска, Словачка, Латвија и

Романија), споредени во делот 3.1 и во прилог Ѓ (Národná rada Slovenskej republiky, 2004; Hrvatski sabor, 2014). Ниту во нив ниту во регионалната литература не е пронајдена објавена стохастичка проекција на смртноста за споредбените земји, па регионалниот контекст во делот 6.6 е изработен тука.

По два систематски круга на пребарување не е пронајден труд што применува модел од фамилијата Ли-Картер или Кернс-Блејк-Дауд врз македонски податоци, ниту, во опфатот на пребарувањето, врз податоци на друга земја од непосредниот регион, ниту домашна проценка на јазот меѓу периоден и кохортен ануитетен фактор.

## 3. Институционален контекст и македонската економија

### *3.1 Тристолбниот пензиски систем и законот за исплата*

Пензискиот систем има три столба: задолжително тековно финансирано осигурување со дефинирани примања (Фондот на ПИОСМ), задолжително капитално финансирано осигурување со индивидуални сметки од 2006 година и доброволно капитално финансирано осигурување; двата капитални столба ги управуваат пензиските друштва под надзор на МАПАС. Од бруто платата 6,0% одат во вториот столб, а 12,8% во првиот во 2025 година (IOPS, 2020), привремено 13,9% за платите од јули до декември 2026 година („Службен весник на РСМ“ бр. 148/2026). Доброволните фондови кон крајот на 2025 година имаат 61.261 членови (МАПАС, 2026). Старосна пензија се стекнува на 64 години за мажите и 62 за жените, со најмалку 15 години стаж; само со втор столб границата е 65 години.

Исплатната фаза е уредена со Законот за исплата на пензии и пензиски надоместоци од капитално финансирано пензиско осигурување („Службен весник“ бр. 11/2012, 147/2015, 30/2016 и 103/2021). По членот 3 пензијата од вториот столб се исплаќа само како: а) доживотен непосреден ануитет од друштво за осигурување; б) програмирани повлекувања од пензиското друштво; или в) привремени програмирани повлекувања со доживотен одложен ануитет. Надзорот врз ист производ е поделен меѓу АСО и МАПАС, што е логиката на мандатот од член 22:

> *„(1) Минималните стандарди и правилата за определување на таблици на смртност ги определуваат АСО и МАПАС под исти услови за друштвата за осигурување и пензиските друштва, имајќи ги предвид: а) специфичноста на популацијата составена од пензионери кои земаат пензија преку ануитет и нивните корисници и б) подобрувањето на долговечноста.“*

Ставовите (2) и (3) ги обврзуваат друштвата за осигурување, за резервите за ануитетите, и пензиските друштва, за ануитетниот фактор, да користат таблици според минималните стандарди на АСО, односно на МАПАС.

Законот ги ограничува и другите параметри: провизијата за продажба најмногу 2,5% од премијата (член 8), гарантираниот период најмногу 240 месеци (член 5), а годишното номинално усогласување на фиксните ануитети, што го определува АСО, меѓу 1% и 3% (член 6).

Спроведувањето на членот 22 е асиметрично. МАПАС ги донесе двата правилника, за таблиците на смртност и за каматните стапки („Службен весник на РСМ“ бр. 177/2022) (МАПАС, 2022b, 2022a). Таблиците мора да бидат по пол и возраст, каматната стапка е ограничена со приносите на долгорочните државни хартии, а вграденото подобрување е ограничено на најмногу 3 години очекувано траење на животот и не е пропишан минимум. Заедничкиот стандард од ставовите (2) и (6) сè уште не е донесен, но барање за подобрување постои: Правилникот за минималните стандарди за пресметка на техничките резерви („Службен весник“ бр. 318/2020), точка 5.3.3 став (2), бара веројатноста за смрт да биде коригирана за очекуваните идни намалувања на смртноста каде тоа ја зголемува математичката резерва, а точката 5.3.2 ја ограничува каматната стапка на сопствениот тригодишен просечен принос и на договорно гарантираната стапка (АСО, 2020). Недостасува само заедничкиот минимален стандард од ставовите (2) и (6), со специфичност по пол и возраст, квантифициран долен праг на исправката и изречен опфат на вториот столб. Домашниот режим на солвентност е од типот Солвентност I, по Законот за супервизија на осигурување (Собрание на РСМ, 2022), па стандардниот шок од 20% во делот 7 е меѓународна референтна калибрација и не е важечко домашно барање.

Втората асиметрија е пазарна: ниту едно од 6 друштва за осигурување на живот нема дозвола за класата 24, па модалитетите а) и в) фактички не се достапни (МАПАС, 2025; АСО, 2026b, 2026a). Трудот ги испитува предусловите за отворање на пазарот.

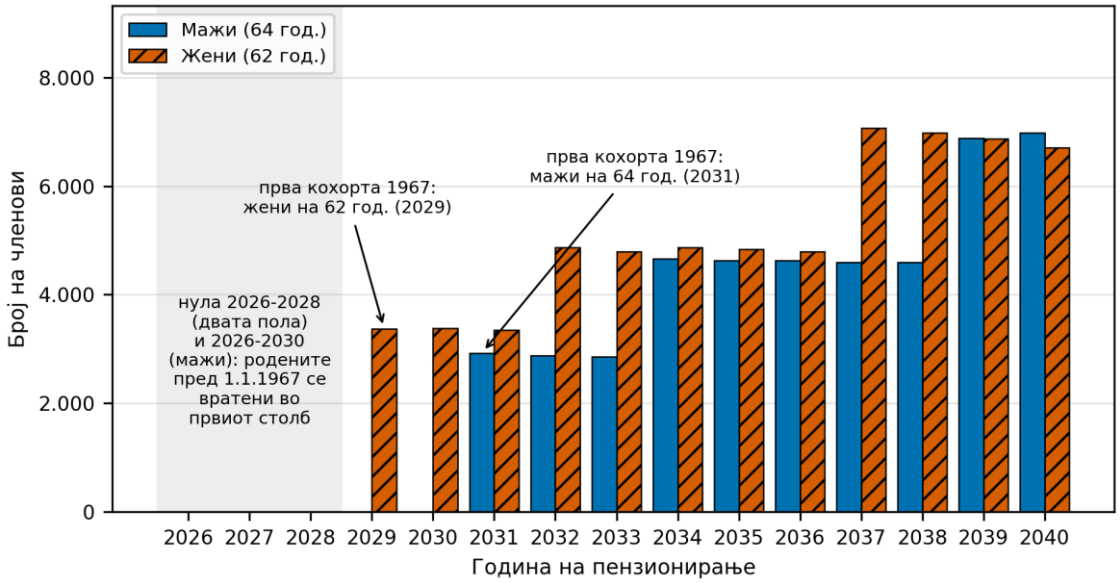
**Регионална споредба.** Четири држави од Европската унија со сличен втор столб веќе го уредиле исплатниот режим: Хрватска од 2014, Словачка од 2015 и Латвија од 2003 година, а Романија со закон во сила од 5 јануари 2027 година (споредба по обележја во прилог Ѓ). Проектирана основа бараат 2 од четирите, Словачка со закон (Národná rada Slovenskej republiky, 2004) и Хрватска преку надзорната практика на ХАНФА (Hrvatski sabor, 2014), а остварено прифаќање на ануитет има 35,3% во Хрватска и 22,7% во Словачка, што сценаријата од делот 7.6 ги поврзува со набљудувано однесување. Изречно унисекс-правило имаат само Хрватска и Словачка, а домашниот правилник бара таблици по пол, што ја ограничува пренесливоста на нивната основа.

### *3.2 Демографски контекст*

Пописот од 2021 година ја промени основата на актуарските пресметки: резидентната популација од 1.836.713 лица наложи ревизија на целата серија и нови проекции до 2070 година (ДЗС, 2023; Lozanoska and Janeska, 2024). Ревидираната проценка за крајот на 2021 година е 1.834.085, а за крајот на 2025 година 1.819.074 лица.

Намалувањето не е рамномерно по возраст: емиграцијата на млади лица го забрзува стареењето (Petreski and Petreski, 2021; Raveni, Ismaili and Bajrami Ollogu, 2024), па коефициентот на старосна зависност (65 и повеќе години кон 15-64) расте од 29,5% во 2025 на 57,7% во 2050 година по средната варијанта на ДЗС (ДЗС, 2023). Ревизијата на именителот ги менува и оценетите стапки на смртност, па таблиците врз претпописните проценки се систематски пристрасни (делот 4).

Вториот столб влегува во исплатна фаза со законски определено задоцнување: измените од 2019 година („Службен весник“ бр. 245/2018) го укинаа членството на родените пред 1 јануари 1967 година, освен за потписниците на изјава за продолжување, од кои потекнуваат досегашните корисници на програмирано повлекување. По моделот од делот 5.8 приливот започнува во 2029 година кај жените и 2031 кај мажите и расте брзо: 6.985 мажи и 6.706 жени во 2040 година, вкупно 107.522 членови за 2026-2040 (слика 1). Времето за подготовка е кратко.




*Слика 1. Кохорти членови на вториот столб што ја достигнуваат старосната граница, 2026-2040 година, проектирано*

*Забелешка: врз проекциите на ДЗС (средна варијанта) и структурата на членството од МАПАС.*

### *3.3 Фискална и финансиска димензија*

Северна Македонија е мала и отворена економија со таргетиран девизен курс: денарот е де факто фиксиран кон еврото, што е номинална цел на монетарната политика на НБРСМ (табела 1).

Табела 1. Клучни макроекономски и пазарни показатели, 2025 година

| **Показател** | **Вредност** |
|---|---|
| Бруто домашен производ, тековни цени (милијарди МКД) | 1.043,88 |
| Реален раст на бруто домашниот производ | 3,5% |
| Инфлација (просечна годишна) | 4,1% |
| Просечна месечна бруто плата (МКД) | 67.957 |
| Просечен девизен курс (МКД за едно евро) | 61,59 |
| Нето средства на задолжителните пензиски фондови (милијарди МКД) | 188,34 |
| Средства на вториот столб (% од БДП) | 18,0% |
| Бруто полисирана премија, осигурување на живот (милијарди МКД) | 3,19 |
| Удел на осигурувањето на живот во вкупната премија | 17,8% |
| Пенетрација на осигурувањето на живот (% од БДП) | 0,31% |
| Бруто технички резерви, осигурување на живот (милијарди МКД) | 12,36 |
| Капитал и резерви, осигурување на живот (милијарди МКД) | 3,12 |
| Принос на петгодишна државна обврзница | 4,45% |
| Принос на петнаесетгодишна државна обврзница | 5,2% |

*Извор: ДЗС, НБРСМ, АСО и МАПАС; приносите на обврзниците се од последните аукции на НБРСМ во 2026 година.*

Фискалниот притисок врз првиот столб е документиран: приходите од придонеси не ја покриваат пензиската потрошувачка, па буџетските трансфери кон Фондот се трајни и растат (Petreski and Gacov, 2018; Petreski and Petreski, 2021; Xhemali, Bexheti and Pulejkov, 2025). Тие тука не се квантифицираат, зашто предмет на анализата е капитално финансираниот столб.

Капитално финансираниот дел брзо расте и е меѓу најголемите институционални инвеститори во земјата, сè уште во акумулација и со млада структура на членството (НБРСМ, 2020). Осигурувањето на живот е мал и трајно неразвиен сегмент (Srbinoski, 2019).

### *3.4 Зошто ризикот од долговечност е специфично значаен за македонската економија*

Првиот аргумент е размерот: ануитизацијата би пренела обврски со времетраење од неколку децении кон сектор чии бруто технички резерви се 12,36 милијарди МКД и капитал 3,12 милијарди, додека средствата во задолжителните фондови веќе изнесуваат 188,34 милијарди, повеќекратник на билансот на секторот, па систематското потценување на долговечноста би било системска грешка (делот 7.6).

Вториот е на страната на средствата: доживотниот ануитет создава обврска чие времетраење ги надминува рочностите на домашниот пазар, каде најдолгата е петнаесетгодишна, со принос од 5,2%, па осигурувач со ануитетно портфолио носи и значителен реинвестициски ризик, познат проблем при уредувањето на исплатната фаза во земји со неразвиени пазари на долгорочни хартии (Vittas, Rudolph and Pollner, 2010). Фиксниот курс кон еврото го оправдува користењето на европската безризична крива како алтернативна основа за дисконтирање (дел 5.6).

Третиот се малите броеви: со прилив ограничен на потписниците на изјава за продолжување до крајот на деценијата портфолиото во првите години е премало за здружување на ризикот (pooling), нема домашни податоци за смртноста на ануитантите, а инструментите за пренос на ризикот се развиени за многу поголеми пазари (Blake, Kallestrup-Lamb and Rangvid, 2023). Затоа изборот на таблици и на претпоставката за подобрување е единствената заштита на друштвото на почетокот.

Четвртиот е социјален: додека нема пазар на ануитети, ризикот од долговечност го носи поединецот преку програмираното повлекување, спротивно на добивката во благосостојба од ануитизацијата (Yaari, 1965), иако прифаќањето никаде не е целосно (Mitchell *et al.*, 1999). Уредувањето на исплатната фаза во голема мера ја определува адекватноста на пензијата (Altiparmakov and Matković, 2018; Milev, 2020; Šterpin, Laporšek and Vovk, 2026), а македонските пензии веќе се оценети како ранливи (Gerovska Mitev, 2021).

## 4. Податоци

### *4.1 Извори, опфат и дефиниции*

Сите податоци се од официјални извори, а секоја сурова датотека е евидентирана во прилог Г; сите слики и табели се пресметки на авторот врз податоци од ДЗС и Евростат, освен каде што е поинаку наведено. Умрените по единечна возраст и пол се од базата demo_magec на Евростат, со витална статистика од ДЗС, бидејќи МАКСТАТ ги дава домашните серии само во широки возрасни групи; изложеноста на ризик е ревидираната проценка на резидентното население на 30 јуни по Пописот 2021. Тригодишните таблици на ДЗС (2011-2013 до 2023-2025) служат само за валидација, а проекциите до 2070 година (ДЗС, 2023) ги даваат тежините за унисекс-пресметката и кохортите (делот 5.8).

Матриците опфаќаат возрасти од 0 до 100 и повеќе за 2003-2023, со 20 употребливи години. Моделите се оценуваат на 55-89 години, интервал во кој ќелиите сè уште содржат доволно умрени во популација помала од два милиона.

Двете серии се однесуваат на резидентното население според дванаесетмесечното правило на престој. Возраста кај умрените е возраст на последниот роденден, па спарувањето со населението на средина од годината дава централна изложеност на ризик (Wilmoth *et al.*, 2025). Умрените со непозната возраст (10 случаи) се прераспределени пропорционално, а вкупните умрени од двата извора се усогласени до 19 умрени, или 0,14%.

### *4.2 Изложеност на ризик и недостигот за 2022 година*

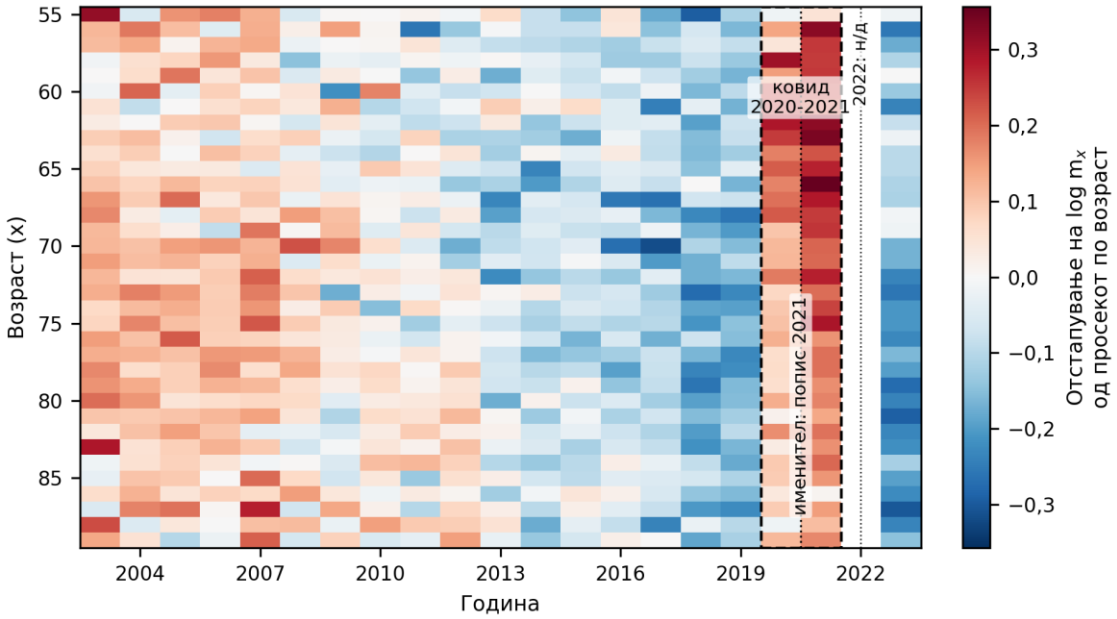
Ревидираната серија за 2003-2020 е споена со тековната проценка од 2021 наваму, бидејќи ДЗС ревидираше заклучно со 2020 година; тестот по кохорти не покажува прекин при спојот (прилог А). Ревидираната серија е реконструкција наназад од пописната основа и содржи претпоставки за смртноста и миграцијата. Овој ризик од кружност е една од двете причини валидацијата да се врши спрема таблиците на ДЗС (деловите 4.4 и 4.5).

Умрените по возраст и пол за 2022 година не се објавени во ниту еден извор. Беше тестирана реконструкција од тригодишните таблици, но отстапувањето кај групата 85 и повеќе години и во вкупните умрени го надмина однапред поставениот праг. Затоа целата колона за 2022 година добива тежина нула, а изложеноста останува иста (делот 5.3).

### *4.3 Проверки на квалитетот и затворање при високите возрасти*

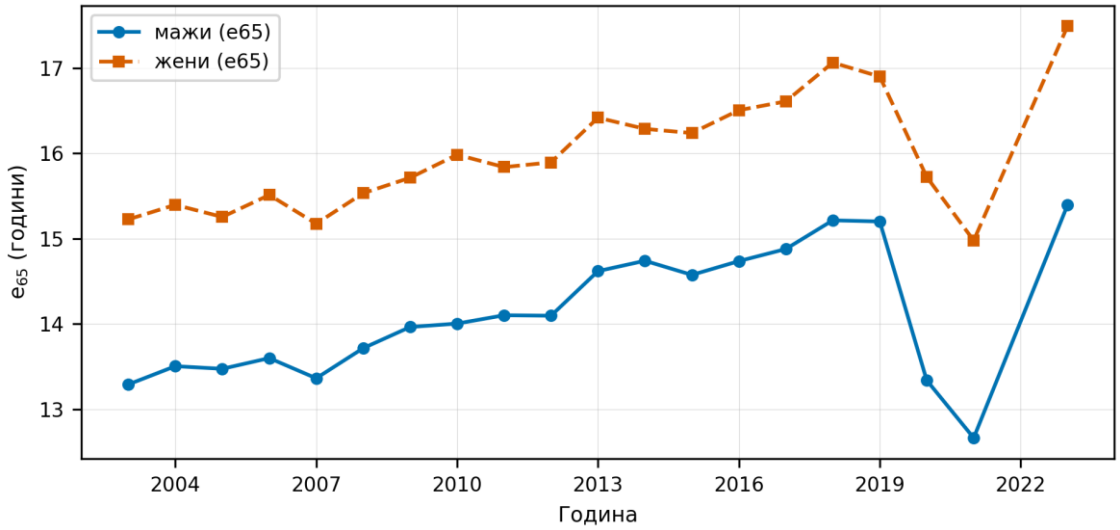
Натрупување на возрастите (age heaping) не е откриено (индексите на Випл и Мајерс се во прилог А). Измазнување на стапките (graduation) не е потребно, бидејќи неточноста при високите возрасти потекнува од малата изложеност.

Во интервалот на оценување нема празни ќелии ни ќелии со умрени над изложеноста. Двата дисконтинуитета на слика 2 се обработени во деловите 5.3 и 4.5.




*Слика 2. Отстапување на логаритамот на централната стапка на смртност од просекот на секоја возраст, мажи, 55-89 години, 2003-2023 година (2022: нема податоци); видливи се пандемискиот скок во 2020-2021 и промената на именителот по Пописот 2021*

Смртноста долгорочно опаѓа: очекуваното траење на животот на 65 години порасна од 13,29 на 15,40 години кај мажите и од 15,23 на 17,49 кај жените, за 2,11 и 2,27 години (слика 3).




*Слика 3. Очекувано траење на животот на возраст 65 години, по пол, 2003-2023 година; пандемискиот пад е голем, но краткотраен*

Таблиците се составуваат со $q_x = m_x/(1 + (1 - a_x)\, m_x)$ и $a_x = 0{,}5$ на сите возрасти освен на нула, каде $a_0$ следи правилото на Коул и Демени (Wilmoth *et al.*, 2025). Над возраста 89 години податоците се преретки за директно оценување, па таблицата се затвора со логистичкиот закон на Канисто (Kannisto) (Thatcher, Kannisto and Vaupel, 1998), оценет со Поасонова веродостојност на 80-99 години по протоколот на Базата на податоци за човечката смртност (Wilmoth *et al.*, 2025) и екстраполиран до 110 години (0 неуспешни оценувања).

### *4.4 Валидација*

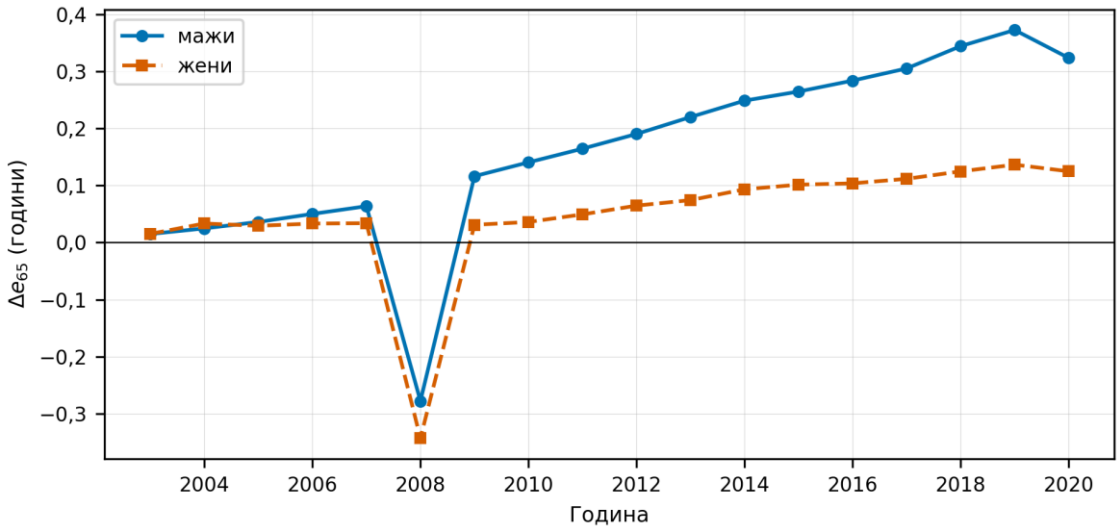
Од матриците се составуваат тригодишни таблици за периодите за кои ДЗС објавува таблица и се споредува очекуваното траење на животот на 65 години, со праг од три десетини од годината. ДЗС ги пресметува сите објавени таблици врз претпописните проценки на населението; инверзијата на неговите стапки го дава претпописното население во сите 9 периоди, кај двата пола. Со тие проценки авторот ја репродуцира објавената таблица во сите 16 можни споредби, со најголема разлика од 0,02 години (периодот 2019-2021 не е споредлив, бидејќи нема претпописна проценка за 2021 година). Со ревидираното население по пописот, што го користи трудот, очекуваното траење е систематски повисоко: разликата достигнува до 0,37 години кај мажите и 0,15 кај жените и расте низ периодот, а во самиот тест, врз споредливите периоди, најголемата разлика е 0,21 години, под прагот. Тоа не докажува точност, бидејќи прагот е поширок од ефектот на пописната ревизија (делот 4.5). И секундарната споредба со таблиците на Евростат (32 од 38 комбинации во една десетина од годината) користи неревидирани проценки.

### *4.5 Ефект на пописната ревизија врз мерената смртност*

Ревизијата по Пописот 2021 ги намали именителите, па таблиците врз претпописни проценки се пристрасни, што директно влијае на премијата. Пристрасноста се мери со истите умрени поделени еднаш со ревидираните, еднаш со претпописните проценки, по година и пол.

По ниво ефектот е мал: во 2019 година ревидираните именители го зголемуваат очекуваното траење на животот на 65 години за 0,37 години кај мажите и 0,14 кај жените (слика 4). Сепак, ревизијата го намалува проценетото население на 55-64 години, а го зголемува над 75, па го менува возрасниот наклон на кривата, кој го одредува обликот на исплатите на доживотен ануитет. Целосните низи се во придружните податоци (придружен код, прилог Д).

Поважен е трендот, кој се однесува директно на ИП1. Разликата расте низ периодот, па ревизијата го зголемува и измереното подобрување. Наклонот на очекуваното траење на животот на 65 години за 2003-2019 година е 0,124 години годишно врз ревидираните именители наспроти 0,101 врз претпописните, односно измереното машко подобрување е зголемено за 23%, а женското за 7% (0,112 наспроти 0,105). Значи, дел од измереното машко подобрување е артефакт на реконструкцијата на именителот. Знакот на трендот не се менува, но брзината е горна граница, што е втората причина за претпописната основа во делот 4.4.




*Слика 4. Разлика во очекуваното траење на животот на возраст 65 години, ревидирани наспроти претпописни именители, по пол и година; 2008 отстапува поради еднократна нерамнина во претпописната проценка на возраста 85-89 години*

## 5. Методологија

Методологијата има четири фази: оценување на стохастички модели на смртноста, проекција со мерење на неизвесноста, вреднување на доживотен ануитет на периодна и на кохортна основа и пренесување на резултатите на капитално и системско ниво. Пресметките се репродуцибилни со семе 2026, во R (StMoMo) (Villegas, Kaishev and Millossovich, 2018) и во Python.

### *5.1 Модел на Ли-Картер во Поасонова форма*

Нека $m(x,t)$ е централната стапка на смртност на возраст $x$ во годината $t$, $D(x,t)$ бројот на умрени и $E^c(x,t)$ централната изложеност на ризик. Моделот на Ли-Картер (Lee-Carter) ја разложува површината на смртноста на возрасен профил $\alpha_x$, возрасна осетливост $\beta_x$ и периоден индекс $\kappa_t$ (Lee and Carter, 1992):

$$\log m(x,t) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t \quad (1)$$

Параметрите се оценуваат со максимална веродостојност во Поасонова форма (Brouhns, Denuit and Vermunt, 2002), наместо со сингуларна декомпозиција врз логаритмираните стапки:

$$D(x,t) \sim \text{Poisson}(E^c(x,t)\, m(x,t)) \quad (2)$$

Таа форма им дава помала тежина на возрастите со мала изложеност, што е важно во популација од оваа големина. За идентификација се наметнуваат $\sum_x \beta_x = 1$, $\sum_t \kappa_t = 0$.

Матрицата на тежини $w(x,t)$ е нула за пандемиските години (делот 5.3) и за аголните кохорти со помалку од 3 идентификувани набљудувања, броени по нулирањето. Нерамните $\beta_x$ се измазнуваат со триточковна подвижна средина, пренормализирана на $\sum_x \beta_x = 1$, без крајните возрасти, кои се користат при затворањето. Индексот $\kappa_t$ се преоценува со Поасонова веродостојност при фиксни $\alpha_x$ и измазнети $\beta_x$, за таблицата да одговара на оценет модел. Наклонот се менува занемарливо (-0,4957 наспроти -

0,4951 кај мажите). Таблиците се поправаат и изотонично над возраст 65 години (делот 6.5).

### *5.2 Модел на Кернс-Блејк-Дауд (CBD, M5)*

Контролниот модел е двофакторскиот модел на Кернс, Блејк и Дауд, наменет за високите возрасти што ги вреднува трудот и во оригиналот калибриран на 60-90 години (Cairns, Blake and Dowd, 2006):

$$\text{logit} q(x,t) = \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x})\,\kappa_t^{(2)} \quad (3)$$

каде $q(x,t)$ е веројатноста за смрт, $\bar{x}$ средната возраст, $\kappa_t^{(1)}$ нивото и $\kappa_t^{(2)}$ наклонот по возраст. Се оценува биномно врз почетна изложеност $E^0 = E^c + D/2$, па веродостојноста не е директно споредлива со Поасоновата (делот 5.4).

Оценети се и два кохортни модела, Реншо-Хаберман во поедноставената форма (Renshaw and Haberman, 2006) и возраст-период-кохорта. Ниту еден не се користи за проекција, бидејќи тоа бара екстраполација на десетици ненабљудувани кохортни параметри (Cairns *et al.*, 2009), а Реншо-Хаберман е проектиран само за споредба (делот 6.1); спецификацијата и идентификуваноста се во прилог А (Hunt and Blake, 2020).

### *5.3 Третман на пандемијата: варијанти А, Б и В*

Пандемиските години не се вклучуваат како обични набљудувања, но нивното исклучување се документира. Затоа секој модел се оценува во три варијанти. А го скратува периодот на 2003-2019. Б, основниот случај, го користи целиот период 2003-2023 со нулта тежина за 2020, 2021 и 2022 и проектира од 2023. В е наивна и исклучува само 2022 година, за која нема податоци. Во литературата по 2020 година најчесто се исклучува пандемискиот период (Schnürch *et al.*, 2022; Robben, Antonio and Devriendt, 2022; Dang, Kamiya and Zhou, 2026).

За година со нулта тежина периодниот индекс не е идентификуван. Затоа наклонот се оценува врз низа со празнини, со максимална веродостојност во просторот на состојби (Калманова филтрација), која ги интегрира недостигнатите вредности наместо да ги импутира. Варијантата Б има 17 прираста, од кои еден на четири години, врз распон од 20 години. Оценката се сведува на $\hat{\delta} = (\kappa_T - \kappa_0)/T$ со $\text{SE}(\hat{\delta}) = \hat{\sigma}/\sqrt{T}$. Х1 се тестира со двостран $t$-тест на ниво од 5% врз точната $p$-вредност, со степени на слобода еднакви на бројот на прирасти намален за еден.

### *5.4 Избор на модел и повратно тестирање*

Моделите не се на иста скала на веродостојност. Затоа критериумот се известува откако веродостојноста на сите оценети стапки е пресметана повторно на иста Поасонова скала, со исти ќелии и ист број параметри. Кога кохортен модел отфрла кохорти, останатите се преоценуваат на истите ќелии, па под варијантата Б сите четири се на исти 618 ќелии (прилог А). Критериумот е споредлив само меѓу модели во иста варијанта.

Повратното тестирање (backtesting) оценува врз 2003-2014 и проектира 2015-2019, без исклучена година, па трите варијанти се совпаѓаат. Се известуваат коренот од средната квадратна грешка на логаритмираните стапки и грешката во очекуваното траење на животот на 65 години во 2019 година. Тестирање на целата предвидена распределба (Dowd *et al.*, 2010) со петгодишен период не е можно. Изборот се заснова на информацискиот критериум, повратната точност, веродостојноста на параметрите и можноста за проекција на долг хоризонт.

Покриеноста на проектираниот интервал не може да се тестира на домашната серија, па истата постапка е применета врз Бугарија и Естонија, со истите збирки на Евростат (прилог Г). Се оценува дваесетгодишен период, се проектира дваесет години нанапред и се мери колку често остварената вредност е во интервалот. Резултатот е во делот 6.6.

### *5.5 Проекција и неизвесност*

Периодниот индекс се проектира како случајно талкање со наклон $\delta$:

$$\kappa_t = \kappa_{t-1} + \delta + \varepsilon_t, \qquad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (4)$$

Интервалите се симулациски (Brouhns, Denuit and Vermunt, 2002; Villegas, Kaishev and Millossovich, 2018). Ли и Картер ги изведуваат аналитички, од предвидувачката варијанса на истиот процес (Lee and Carter, 1992).

Претпоставката за единичен корен е тестирана со односите на варијансите на прираст од две, четири и осум години (еден под случајно талкање), автокорелацијата на прирастите од прв ред, тестот на Љунг и Бокс и коефициентот од прв ред околу линеарен тренд (делот 6.2). Оценета е и трендовски стационарна алтернатива, $\kappa_t = a + b\,(t - \bar{t}) + u_t$ со $u_t$ од прв ред. Тие мерила се пресметани во примерокот. Надвор од примерокот алтернативата се проверува во делот 6.6.

Хоризонтот е 2024-2080 година, со појдовна точка оценетите стапки за 2023 година, малку над набљудуваните, па проекцијата и ануитетниот фактор се поместуваат нагоре (деловите 6.3 и 6.4). Неизвесноста има три извора: ризик од оценување, преку полупараметарски бутстрап со 500 повторувања за $\alpha_x$, $\beta_x$ и појдовната вредност на $\kappa$, при што $\hat{\sigma}$ и $\mathrm{SE}(\hat{\delta})$ се од основното оценување; неизвесност на наклонот, преку извлекување $\tilde{\delta} \sim N(\hat{\delta}, \mathrm{SE}(\hat{\delta})^2)$ по патека, бидејќи предвидувачката варијанса на хоризонт $h$ е $\sigma^2(h + h^2/n)$ и на педесет и седум години вториот член доминира; и процесен ризик. Уделите се пресметуваат со испуштање на по еден извор и не се собираат до вкупната варијанса, бидејќи очекуваното траење е конкавна функција на $\kappa$.

Секое повторување дава десет патеки, вкупно 5.000 патеки по пол. Половите се симулираат заедно. Повторувањата се спарени, а иновациите и извлечените наклони се од биваријантна нормална распределба со корелација $\hat{\rho} = 0{,}795$, оценета од стандардизираните прирасти.

Над возраста 89 години секоја патека се затвора со законот на Канисто (Thatcher, Kannisto and Vaupel, 1998; Wilmoth *et al.*, 2025), со наклон оценет по патека и година и

ограничен само одоздола, со исто правило за двата пола; долната граница и нејзиниот ефект се во прилог А. Проекцијата е изведена и без долната граница. Кохерентноста меѓу половите е проверена и со заедничкиот фактор на Ли и Ли (Li and Lee, 2005) (прилог А).

### *5.6 Вреднување на ануитетот*

Се вреднува доживотен непосреден ануитет со еднократна премија, исплата месечно однапред, без индексација, гарантен период и трошочни и провизиски додатоци. Поради изоставените додатоци пресметката е долна граница на цената. Тие се исти за двете таблици и не влијаат на односот што го мери трудот. Возрастите се 64 и 62 години, основната кохорта 2026.

Веројатноста за доживување $k$ години, $p_x(k)$, е производ по дијагоналата на проектираната површина кај кохортната основа, а по фиксната колона на појдовната година кај периодната:

$$p_x(k) = \prod_{j=0}^{k-1}(1 - q(x+j, y_0+j)) \quad (5)$$

Ануитетниот фактор се сумира точно по месечната мрежа на исплати, со рамномерна распределба на смртните случаи во годината на возраста и затворање на таблицата на возраст 110 години:

$$\ddot{a}_x^{(12)} = \frac{1}{12} \sum_{j=0}^{12(\omega-x+1)-1} v\left(\frac{j}{12}\right) p_x\left(\frac{j}{12}\right) \quad (6)$$

Периодната основа е оценетата колона за 2023 година, последната набљудувана, за јазот да го мери главно проектирањето; вреднувањето врз набљудуваната се известува одделно. Најдобрата проценка за единица годишна пензија е ануитетниот фактор, па секоја релативна промена е однос на два фактора, независен од премијата. Дисконтирањето е на шест основи: рамни стапки од 2%, 3% и 4%, кривата на ЕИОПА за евро со датум 31 август 2026 година (оправдана со врзаноста на денарот), истата крива плус сто базични поени и домашен принос од 5,2%, референтната стапка во подзаконскиот акт. Без домашни искуствени податоци за ануитантите, веројатностите за смрт се множат со 1,0, 0,9 и 0,8 како распон на селекцијата; Бајатов (Bajatov, 2015) од шест странски пазари изведува смртност за 40% до 60% под популациската на возрастите 60-90 години, па 0,8 е умерен случај за популација со задолжителен избор, различна од доброволните купувачи, а посилна селекција само ја зголемува најдобрата проценка.

Основниот случај е по пол, во согласност со подзаконскиот акт за таблиците на смртност. Унисекс-таблицата е хипотетичка, добиена со мешање на двете површини со тежини 0,468 и 0,532 од проекциите на ДЗС за возрастите на пензионирање во 2026

година. Истите тежини го определуваат и мешаниот портфел, вреднуван на ист индекс на симулација, за да се зачува зависноста меѓу половите.

### *5.7 Капитал за ризик од долговечност*

Стандардната формула го дефинира капиталното барање за солвентност како едногодишна вредност под ризик на ниво 99,5%, а подмодулот за долговечност го спроведува со траен пад на сите стапки на смртност за 20% (European Parliament and Council, 2009; European Commission, 2015), калибриран врз меѓународни податоци (EIOPA, 2014):

$$\Delta\mathrm{BEL}^{\mathrm{SII}} = \frac{\ddot{a}_x^{(12)}(0{,}8\,q)}{\ddot{a}_x^{(12)}(q)} - 1 \quad (7)$$

Наспроти тоа, секоја од 5.000 симулирани површини се вреднува по истата кохортна дијагонала и иста каматна основа, што дава распределба на ануитетниот фактор:

$$\Delta\mathrm{BEL}_{99{,}5}^{\mathrm{VaR}} = \frac{Q_{0{,}995}\left(\ddot{a}_x^{(12)}(\text{патека})\right)}{\ddot{a}_x^{(12)}(\text{централна})} - 1 \quad (8)$$

Равенката (7) е едногодишната регулаторна мерка. Равенката (8) е квантил до целосното истекување на обврската, мерка на сопствениот ризик и нужно поголема. За споредба се пресметува и едногодишна вредност под ризик по постапката на Ричардс, Кари и Ричи (Börger, 2010; Plat, 2011; Richards, Currie and Ritchie, 2014). Се додава една иновација за наредната година, наклонот се преоценува врз продолжената низа, централната проекција се обновува и ануитетот се превреднува. Ануитетот е строго монотона функција на таа иновација, па квантилот на 99,5% е една пресметка при $\Phi^{-1}(0{,}005)$, без симулација. Монотоноста се проверува при секоја пресметка. Пресметката ја менува само периодната компонента, па резултатот е долна граница.

Двата квантила се претвораат во еквивалентен траен шок: множител на веројатностите за смрт што го дава истиот ануитетен фактор (со бисекција). Тоа е единствената форма директно споредлива со пропишаните 20%. Квантилот има интервал од редни статистики, а едногодишната мерка се пресметува и со стандардната девијација од варијантата B. X3 е поддржана ако стандардниот шок и модел-базираната вредност под ризик се разликуваат за повеќе од 10% релативно, во насока што ја определуваат податоците. За мешан портфел се пресметува и вредност под ризик со случајно преместени индекси на симулација, што го покажува ефектот од претпоставката за независност меѓу половите.

Маргината на ризик се пресметува по методот на трошок на капиталот, со капитално барање што опаѓа пропорционално со најдобрата проценка на обврските:

$$\mathrm{RM} = \mathrm{CoC}\sum_{t\geq 0}\frac{\max(\lambda^t;\,\phi)\,\mathrm{SCR}(t)}{(1+r(t+1))^{t+1}} \quad (9)$$

Според важечкиот режим стапката е 6% и факторот еден; од 30 јануари 2027 година стапката се намалува на 4,75%, со опаѓачки фактор $= $ 0,96 и под $= $ 50%.

### *5.8 Сценарија на ниво на систем*

Членовите што ја достигнуваат старосната граница во 2026-2040 година произлегуваат од проекциите на ДЗС (ДЗС, 2023) и од опфатот по возрасна група во графиконот бр. 5.3 на МАПАС, кој потврдува дека членството на родените пред 1 јануари 1967 година престана во 2019 година („Службен весник“ бр. 245/2018), со нула членови на 61-64 години (делот 7.3). Графиконот нема придружна табела, па лентите се мерат програмски, со разлика спрема објавениот вкупен број од -0,56%.

Салдата не се објавени по возраст, па се моделираат: придонесот, надоместоците и приносот се применуваат врз потенцијалниот стаж, помножен со композитен фактор на опфат и уплата $d$. Уплатените придонеси во 2025 година, поделени со производот од стапката на придонес, просечната бруто годишна плата и бројот на членови, даваат $d = 0{,}567$ (една година претходно 0,568). Калибрацијата кон објавените нето средства за 2025 година дава 0,443, долна граница за кохортите од 2026-2040 година, зашто го просекува целиот период на запишување од 2006 наваму; горната чувствителност од 0,70 е претпоставка од која заклучоците не зависат, додека долната граница го поместува прагот на апсорпција (делот 7.5). Останатите претпоставки се во прилог В.

Резервниот јаз е разликата меѓу кохортното и периодното вреднување на салдата:

$$G = \sum_{s} \sum_{y} A_{s,y} \; \tau \left( \frac{\ddot{a}_{s,y}^{\,\mathrm{koh}}}{\ddot{a}_{s}^{\,\mathrm{per}}} - 1 \right) \quad (10)$$

каде $A_{s,y}$ се салдата на пол $s$ со пензионирање во годината $y$, а $\tau$ стапката на прифаќање: 30%, 60% и 100%. Резултатите се тек по година на пензионирање и сегашна вредност на крајот на 2025 година на истите 3%, а кривата на ЕИОПА е проверка на чувствителноста. Надворешната проверка ги споредува годишните текови. Објавените состојби даваат годишен прилив од околу 51 корисници. Моделот не го репродуцира, бидејќи брои само пензионирања на законските возрасти.

## 6. Резултати

### *6.1 Оценување и избор на моделот*

Четирите модела од делот 5.2 се оценија стабилно по пол и во трите варијанти (табела 2, слики 5 и 6; целосните резултати во прилог А).

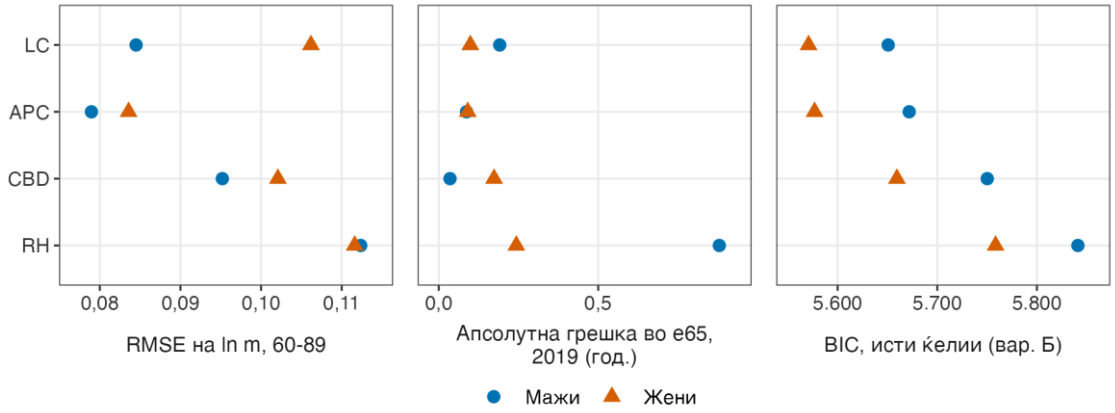
Табела 2. Споредба на моделите на исти 618 ќелии, варијанта Б

| Модел | Параметри | BIC, мажи | BIC, жени | RMSE 60-89, мажи | RMSE 60-89, жени |
|---|---|---|---|---|---|
| Ли-Картер (LC) | 86 | 5.650,7 | 5.570,8 | 0,084 | 0,106 |
| Возраст-период-кохорта (APC) | 97 | 5.671,8 | 5.576,9 | 0,079 | 0,084 |
| Кернс-Блејк-Дауд (CBD) | 36 | 5.750,2 | 5.659,5 | 0,095 | 0,102 |
| Реншо-Хаберман (RH) | 131 | 5.841,2 | 5.758,5 | 0,112 | 0,112 |

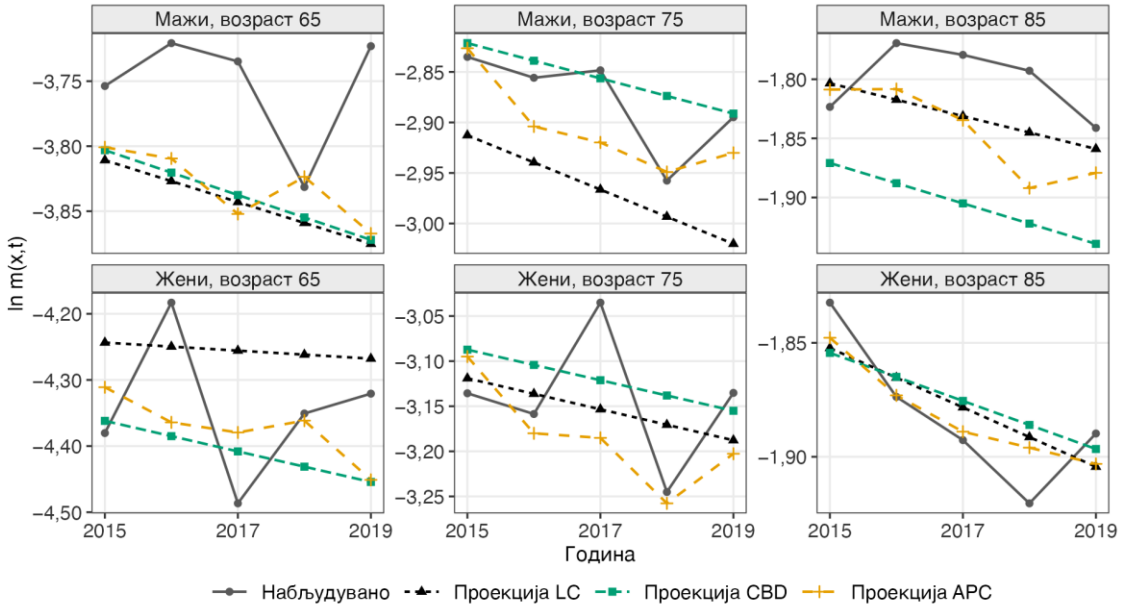
*Забелешка: критериумот е на заедничка Поасонова скала и исто множество ќелии (делот 5.4); повратниот тест е заеднички за трите варијанти.*

Под варијантите А и Б Ли-Картер има најнизок критериум кај двата пола. Под наивната В редоследот се менува во корист на возраст-период-кохорта. Тоа покажува дека дел од пандемискиот скок се распределува по кохортните дијагонали и му дава предност на моделот со кохорти.

Повратното тестирање ги подредува поинаку. На возрастите 60-89 години возраст-период-кохорта има помала грешка од Ли-Картер кај двата пола (табела 2). Предноста е реална, но во рамките на шумот на петгодишен период во една земја (Dowd *et al.*, 2010).




*Слика 5. Споредба на моделите по информациски критериум, грешка во повратниот тест и грешка во очекуваното траење на животот*




*Слика 6. Повратно тестирање: оценување 2003-2014 и проекција 2015-2019, по пол и избрани возрасти*

Реншо-Хаберман во поедноставената форма е стабилен (четири почетни точки даваат иста веродостојност, периодниот индекс е речиси идентичен со Ли-Картер). Сепак, на истите ќелии неговиот критериум е повисок за 190,4 поени кај мажите и 187,7 кај жените, а повратниот тест му е најслаб (Hunt and Blake, 2020). Неговото очекувано траење во 2050 година (19,58 и 21,57) се заснова на 32 екстраполирани кохортни параметри и е само за споредба (прилог А).

Главниот модел е Ли-Картер под варијантата Б, а контролниот е Кернс-Блејк-Дауд. Кохортните модели не се проектираат (Cairns *et al.*, 2009), но бројките на возраст-период-кохорта се објавени во целост за изборот да биде проверлив. Кај двата пола сите $\beta_x$ се позитивни, па негативен наклон значи намалување на смртноста на секоја оценета возраст и тестот на X1 е еднозначен.

### *6.2 Тренд на смртноста и хипотезата X1*

Периодниот индекс $\kappa_t$ е на сликата 7, а наклонот во табела 3.

Табела 3. Наклон на периодниот индекс на моделот Ли-Картер, варијанти А и Б

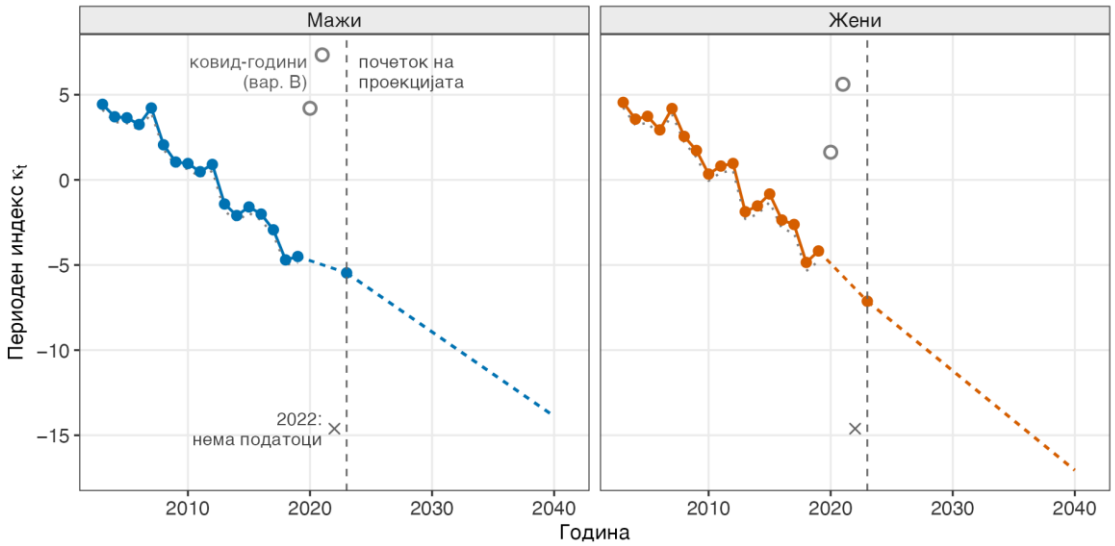
| **Варијанта** | **Пол** | **Наклон $\hat{\delta}$** | **SE($\hat{\delta}$)** | $\hat{\sigma}$ | $p$ |
|---|---|---|---|---|---|
| А (2003-2019) | Мажи | -0,5620 | 0,2287 | 0,915 | 0,027 |
| А (2003-2019) | Жени | -0,5639 | 0,2905 | 1,162 | 0,071 |
| Б (нулти тежини) | Мажи | -0,4951 | 0,2045 | 0,915 | 0,028 |
| Б (нулти тежини) | Жени | -0,5839 | 0,2534 | 1,133 | 0,035 |

*Забелешка: наклонот е по календарска година, σ е стандардното отстапување на прирастите; варијантата В и t-статистиките се во прилог А.*

Во основната варијанта Б, во која пандемиските години 2020-2022 не влијаат врз оценката, смртноста значајно се подобрува кај двата пола: $t$-статистиките се -2,42 и -2,30, а за значајност на ниво од 5% со 16 степени на слобода е потребна апсолутна вредност над 2,120. X1 е поддржана само во оваа варијанта. Ако периодот се скрати до 2019 година (варијанта А), подобрувањето е значајно само кај мажите ($p$ = 0,027), а кај жените не (0,071). Ако пандемиските години се оценуваат како обични (варијанта В), подобрувањето не е значајно кај ниту еден пол: просечниот годишен пад е речиси ист, но годишните колебања стануваат многу поголеми (стандардното отстапување расте од 0,915 на 3,340 кај мажите и од 1,133 на 3,049 кај жените).

Резултатот зависи од првата и последната година, различно по пол. Без 2023 година $p$-вредностите се 0,030 кај мажите и 0,081 кај жените, без 2003 година 0,041 и 0,053. Машкиот наод останува значаен без која било крајна година, а женскиот не. Под Б индексот не е идентификуван три последователни години, па оценката е наклон меѓу крајните вредности врз распон од 20 години. Годините меѓу нив влијаат само врз стандардната грешка.

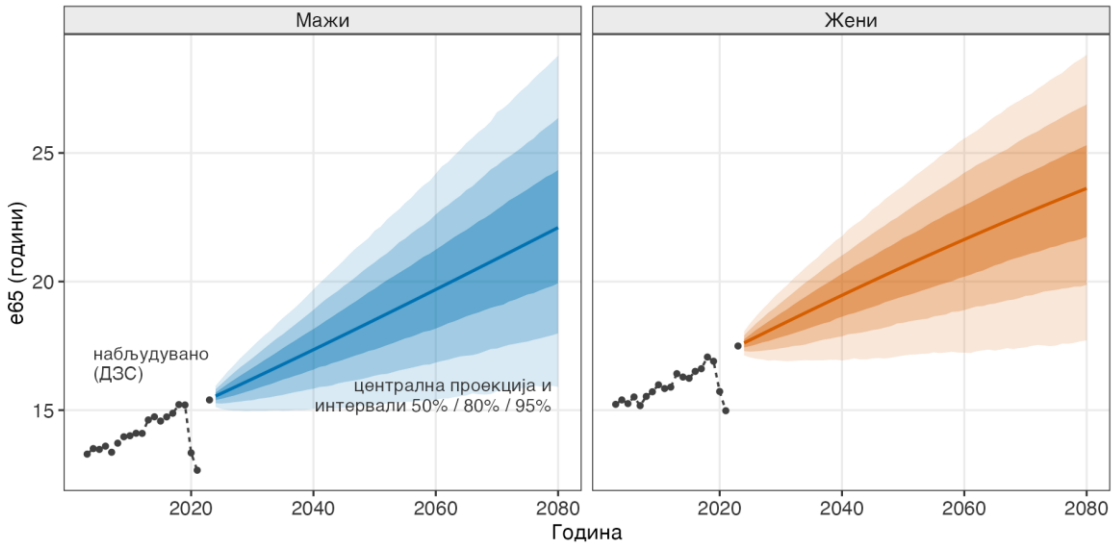
Во примерокот случајното талкање слабо одговара на податоците. Односот на варијансите на четиригодишен прираст е 0,243 и 0,226 наспроти еден, а автокорелацијата на прирастите од прв ред е негативна (-0,276 и -0,443), што укажува на враќање кон тренд. Трендовски стационарната алтернатива дава многу потесен интервал (мажи, 2080: 22,74-23,44 години околу 23,09), но надворешниот повратен тест ја отфрла (делот 6.6).




*Слика 7. Периоден индекс $\kappa_t$ на моделот Ли-Картер, варијанта Б, по пол; сива точкеста линија: варијанта А; празни маркери: пандемиските години од варијантата В*

### *6.3 Проектирано очекувано траење на животот*

Проекцијата се води врз 5.000 заеднички патеки по пол, од 500 бутстрап-повторувања (делот 5.5). За 2050 година централната вредност е 18,51 години кај мажите (95%: 15,19-21,97) и 20,57 кај жените (17,12-23,71); до 2080 година 22,10 и 23,62, со интервали 15,91-28,78 и 17,71-28,81 (сликата 8; по децении, табела А.4). Широчината на интервалите е последица на кратката низа од 20 години.

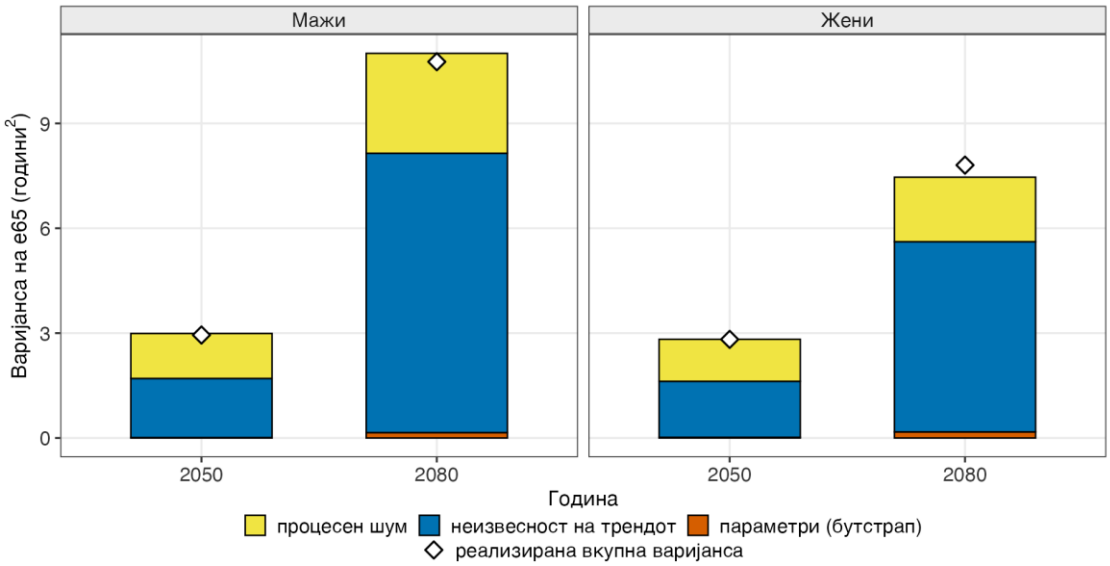



*Слика 8. Проекција на очекуваното траење на животот на возраст 65 години до 2080 година, по пол*

Просечниот годишен прираст на централната проекција е 0,117 и 0,107 години, а интервалот од 95% по патеки е 0,008-0,234 и 0,004-0,199 и опфаќа и вредности блиски до нула. Тоа не противречи на делот 6.2, бидејќи наклонот се однесува на трендот, а интервалот по патеки го вклучува и процесниот ризик.

До 2080 година неизвесноста на наклонот објаснува 73% од варијансата кај мажите и 73% кај жените (слика 9; варијансите по извор во прилог А). На долг хоризонт

неизвесноста главно потекнува од стандардната грешка на наклон оценет од дваесетгодишна низа, па се потребни подолги серии. Надвор од примерокот, сепак, грешката е главно во централната проекција (делот 6.6).




*Слика 9. Извори на неизвесноста во проектираното очекувано траење на животот, варијанси по извор на неизвесност, 2050 и 2080 година*

Корелацијата меѓу машкото и женското очекувано траење во 2080 година е 0,752. Разликата меѓу половите, 2,06 години во оценетата 2023, во 2050 е 2,06 кај моделите по пол и 1,47 кај кохерентниот модел (Li and Lee, 2005), па проекциите по пол не се раздалечуваат. Оценетата појдовна точка го надминува набљудуваното очекувано траење за 0,039 и 0,001 години.

### *6.4 Ануитетни фактори и јазот од долговечноста*

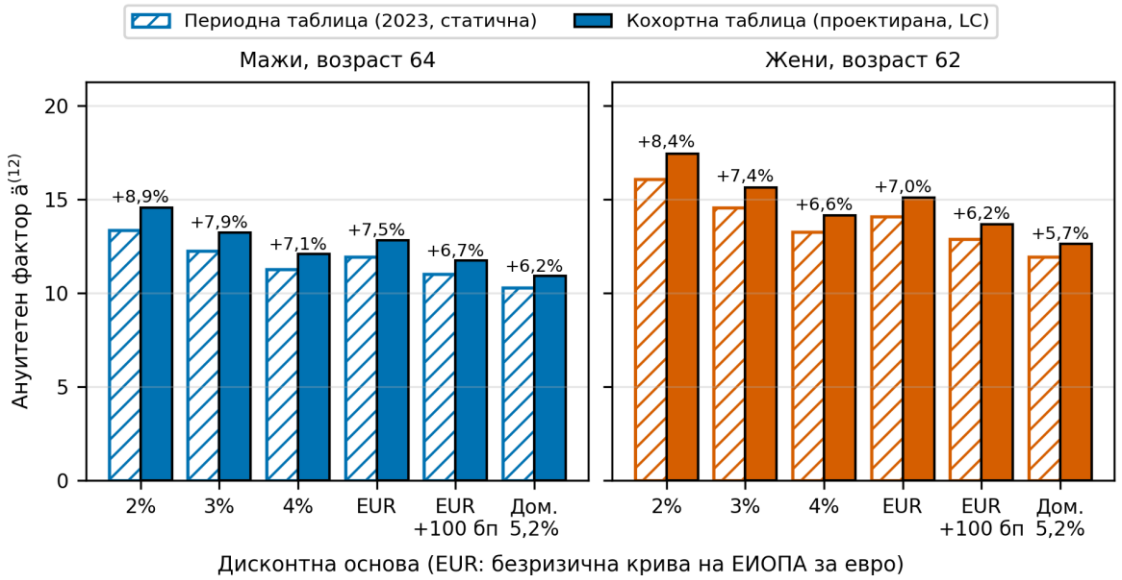
Табела 4 дава ануитетни фактори по равенката (6) на три од шесте дисконтни основи; целосните резултати со перцентилите се во прилог Б.

Табела 4. Ануитетен фактор $\ddot{a}^{(12)}$ на периодна и на кохортна таблица, кохорта 2026 година

| Дисконтна основа | Мажи 64, периодна | Мажи 64, кохортна | Јаз (%) | Жени 62, периодна | Жени 62, кохортна | Јаз (%) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Рамна стапка 2% | 13,365 | 14,560 | 8,94 | 16,090 | 17,444 | 8,42 |
| Рамна стапка 3% | 12,251 | 13,224 | 7,94 | 14,570 | 15,655 | 7,45 |
| Крива на ЕИОПА | 11,928 | 12,820 | 7,48 | 14,103 | 15,089 | 6,99 |

*Забелешка: периодна основа е оценетата колона за 2023 година, кохортна е дијагоналата на проектираната површина; кривата на ЕИОПА е со датум 31 август 2026 година.*

Кохортниот фактор го надминува периодниот во сите дванаесет комбинации на пол и дисконтна основа, со јаз од 5,70% до 8,94%. Х2 е поддржана. Јазот опаѓа со каматната стапка, бидејќи дисконтирањето им дава помала тежина на подоцнежните години во кои се натрупува подобрувањето (слика 10). Наспроти набљудуваната таблица за 2023 година јазот е поголем (8,44% и 7,74% на 3%), па известениот јаз е помалиот од двата. За кохортата 2035 година јазот е 13,03% и 11,39%. Колку подолго се користи непроменета периодна таблица, толку е поголем јазот.




*Слика 10. Ануитетен фактор на периодна наспроти кохортна таблица по дисконтна основа и пол, кохорта 2026 година*

Јазот има директен паричен ефект. На 3% и салдо од еден милион денари, статичната таблица дава месечна пензија од 6.802 денари за маж на 64 години, а проектираната 6.301. За жена на 62 години износите се 5.720 и 5.323. Друштво што ја пресметува цената врз статичната таблица го продава ануитетот поевтино за јазот и недостигот го покрива до истекот на договорот. Унисекс-таблицата, која законот не ја бара, би дала 13,971 наместо 13,224 и 14,892 наместо 15,655, вкрстено субвенционирање од 5,64% и -4,87%.

### *6.5 Отпорност на резултатите*

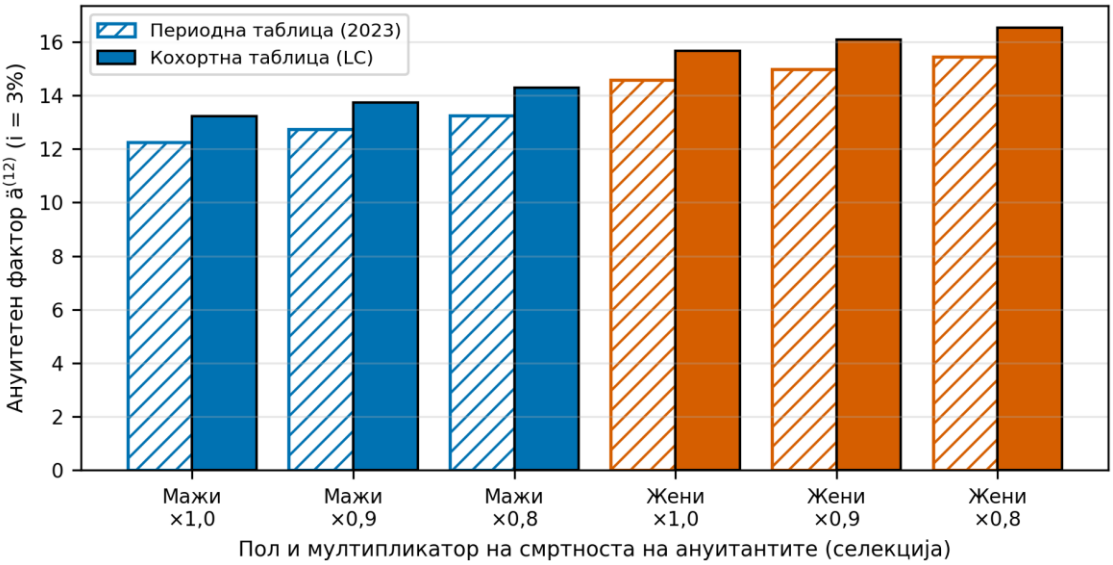
Третманот на пандемијата малку го менува централното очекувано траење во 2050 година (19,19, 18,51 и 18,11 години кај мажите), но варијантата B значително ја намалува прецизноста, па заклучокот за X1 зависи од исклучувањето на пандемиските години.

Вториот модел, Кернс-Блејк-Дауд, дава очекувано траење во 2050 година од 18,64 и 20,62 години, ануитетен фактор на 3% од 13,210 наспроти 13,224 кај мажите (-0,11%) и јаз од 8,61 и 7,83. Главниот резултат не зависи од изборот на модел.

По дисконтна основа јазот е позитивен и монотоно опаѓачки по шесте основи (прилог Б). Пазарната крива го менува само неговото ниво.

Луѓето што избираат ануитет обично живеат подолго од просекот на населението (селекција). Затоа веројатностите за смрт се множат со 1,0, 0,9 и 0,8 (слика 11): факторот за маж на 64 години расте од 13,224 на 13,730 и 14,294. Ако ануитантите умираат 20% поретко од населението (множител 0,8), обврската се зголемува точно колку при стандардниот шок од 20% од делот 7; значи, без домашни податоци за ануитантите основната проценка на обврската може да биде погрешна за целиот износ на капиталот што стандардната формула го бара за долговечност, што е причината за

предлогот 4. Ефектот се додава на јазот: врз таблица помножена со 0,8 јазот останува 7,86 и 7,08.




*Слика 11. Чувствителност на ануитетниот фактор на селекцијата на ануитантите, кохорта 2026 година*

Интервенциите врз изведените таблици (измазнување на $\beta_x$, изотонична поправка, долна граница при затворањето) и кохерентното проектирање по Ли и Ли (Li and Lee, 2005) го менуваат резултатот занемарливо; величините се во прилог А.

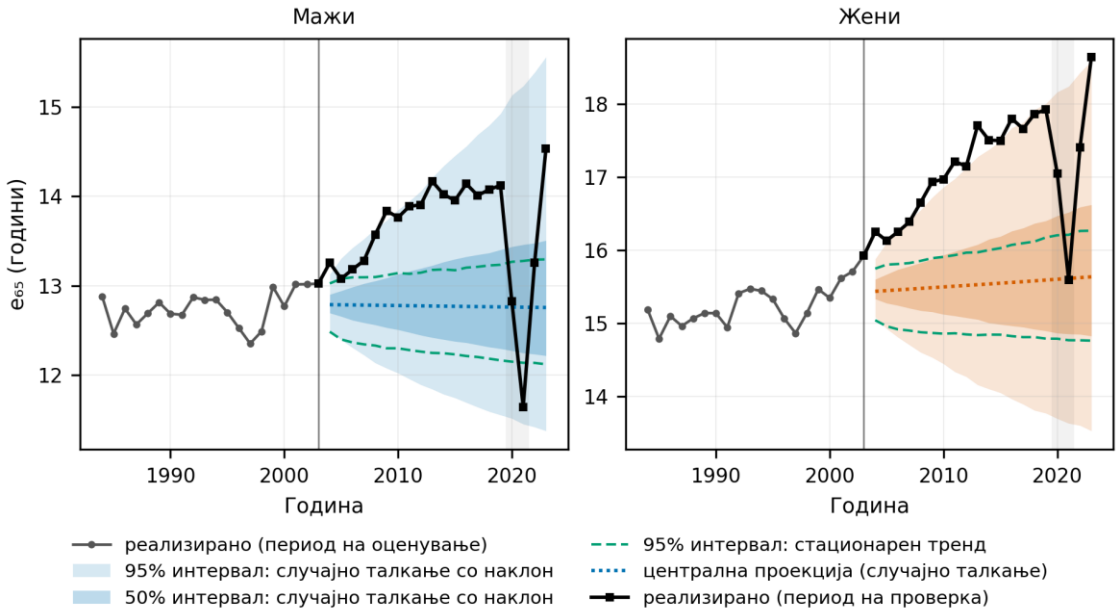
### *6.6 Надворешна проверка: повратен тест и регионален контекст*

Домашната серија е прекратка за проверка на покриеноста. Затоа постапката е применета врз Бугарија и Естонија, по два дваесетгодишни периоди (делот 5.4). Независно препрограмирана, постапката го репродуцира домашниот наклон под варијантата Б до нумеричка точност, па наодот не е грешка во кодот.

Наодот е известен без корекција. Покриеноста на интервалот од номинални 95% е 57,5% под конструкцијата на овој труд и 24,4% под трендовски стационарната алтернатива. Годишните проверки не се независни, бидејќи секоја година ја продолжува претходната; независни се само 8 споредби по дваесет години (две земји, два периоди, два пола), а во 50% од нив вистинската вредност е во интервалот. Просечната грешка е 1,18 пати половината од широчината на интервалот кај моделот на трудот и 2,97 пати кај алтернативата, а кај добро поставен интервал би била околу половина. Затоа интервалите во делот 6.3 треба да бидат приближно двојно пошироки, а кај алтернативата што во примерокот одговараше подобро (делот 6.2) грешката е речиси шест пати поголема од онаа на добро поставен интервал, наспроти двојно кај моделот на трудот.

Неуспехот потекнува од централната проекција: дваесетгодишен период оценува наклон прецизно, но наклонот е погрешен поради промена на режимот, ризик што не е вклучен во ниту една конструкција. Грешката е едностран, во сите 8 споредби остварената вредност е над централната проекција (табела А.5), па дваесетгодишниот период систематски го потценува подобрувањето. Ограничувањата се 8 споредби, две

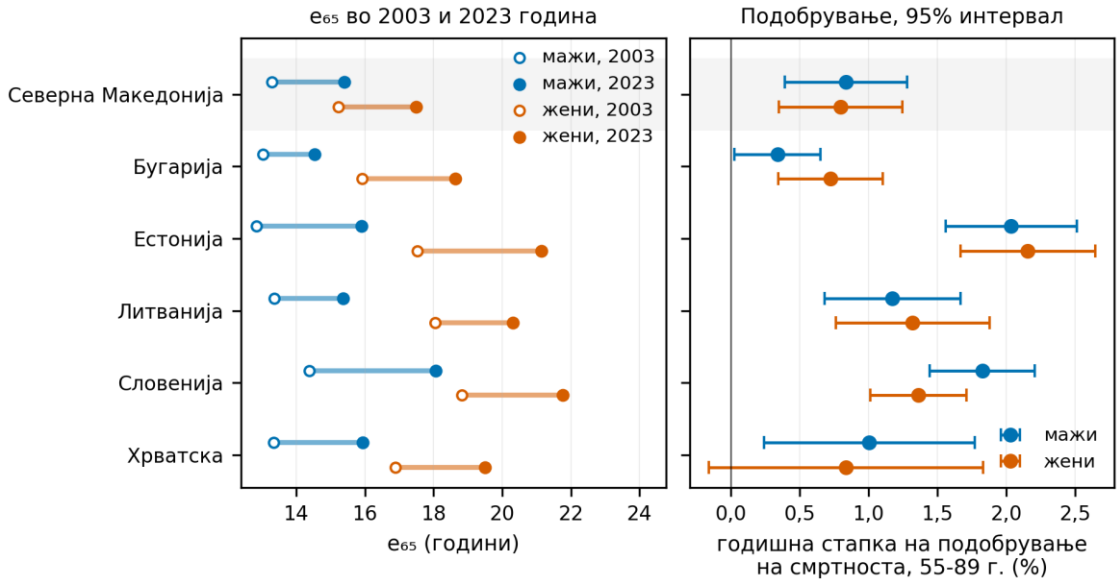
земји и два периоди што го опфаќаат постсоцијалистичкиот преод, веројатно поголем прекин од кој било домашен во 2003-2023 година; исклучувањето на 2020 и 2021 година ја менува покриеноста само на 56,0%, па неуспехот не е последица на пандемијата. Од наодот следат три заклучоци, а не корективен множител: распонот на проекцијата не е докажано преширок, трендовската стационарност не смее да се прифати за да се стесни, а дваесет години не се докажани како доволни. Затоа мерката до истекување во делот 7.1 е долна граница, што го поддржува и долниот праг од предлогот 1.




*Слика 12. Повратен тест на споредбена земја: оценување 1984-2003, проекција 2004-2023, очекувано траење на животот на возраст 65 години, Бугарија*

*Забелешка: панелите за Естонија и за вториот период (1974-1993) се во придружниот код (прилог Д).*

Истата постапка е применета и за регионалниот контекст, со пет споредбени земји (Бугарија, Естонија, Литванија, Словенија и Хрватска). Македонското подобрување на смртноста на возрасти 55-89 години е 0,84% годишно кај мажите и 0,80% кај жените, 5. место од шест кај двата пола, наспроти медијани од 1,17% и 1,32%; пониско има само Бугарија (0,34% кај мажите), а највисоко Естонија (2,04% и 2,16%). Ниската историска стапка значи дека идното подобрување може да биде побрзо од екстраполацијата (догонување), што е предупредување за вреднувањето. Стандардната грешка на наклонот е 1,01 пати регионалната медијана кај мажите и 1,21 кај жените, па серијата не е невообичаено варијабилна.




*Слика 13. Очекувано траење на животот на возраст 65 години и стапка на подобрување, Северна Македонија и пет споредбени земји, 2003-2023 година*

*Забелешка: Естонија е оценета на возрасти 55-84, поради достапноста на изложеноста.*

## 7. Капитални импликации

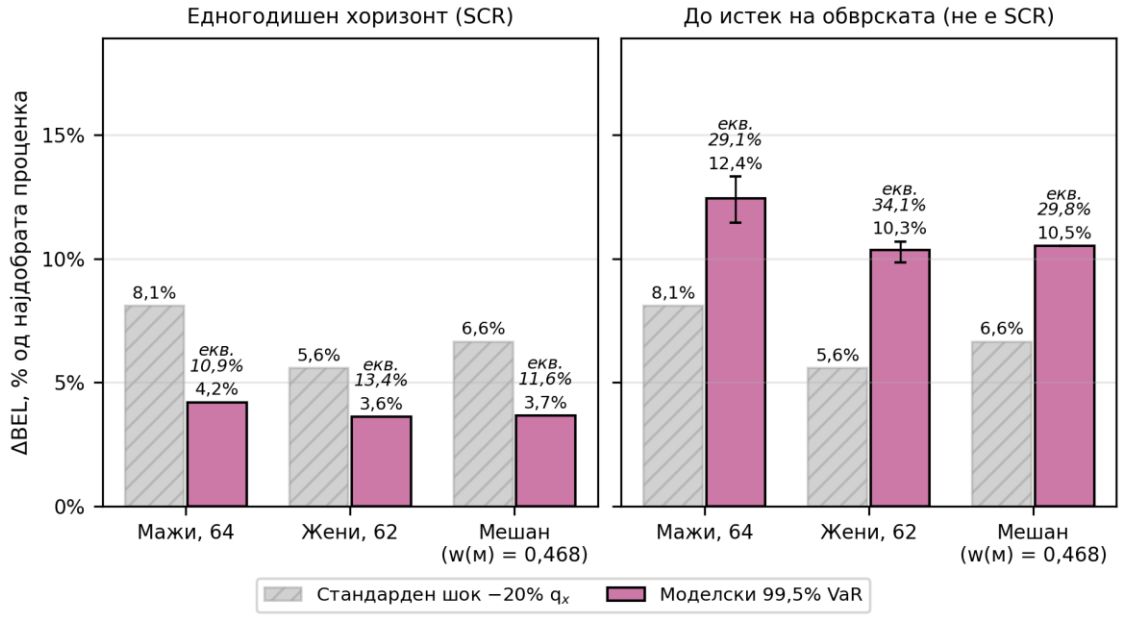
### *7.1 Стандардниот шок, стохастичката вредност под ризик и хипотезата X3*

Солвентност II го дефинира капиталното барање за долговечност како едногодишна вредност под ризик на ниво 99,5%, спроведена со траен пад на сите стапки на смртност за 20% (European Parliament and Council, 2009; European Commission, 2015); пропишаниот шок и модел-базираната мерка се споредливи само на тој хоризонт. Шокот ја зголемува најдобрата проценка за 8,09% кај маж на 64 години и 5,58% кај жена на 62, а едногодишната вредност под ризик на моделот (Richards, Currie and Ritchie, 2014) дава 4,21% и 3,61%, што одговара на еквивалентен траен шок од 10,9% и 13,4%. Шокот од 20% ја зголемува обврската 1,92 пати повеќе од едногодишната мерка кај мажите и 1,54 пати кај жените, па е доволен за едногодишниот хоризонт и трудот не предлага промена на членот 138 од Делегираната регулатива (ЕУ) 2015/35 (EIOPA, 2014; European Commission, 2015). Во мерката варира само периодниот индекс, па е долна граница (делот 5.7).

Обврската за жените помалку се менува кога смртноста ќе се намали: шокот од 20% ја зголемува за 5,58%, наспроти 8,09% кај мажите, па е потребен поголем шок за да се добие зголемувањето што го дава моделот. Затоа еквивалентниот шок кај жените е поголем, што не значи дека женската смртност е понеизвесна (табела Б.5).

Квантилот до целосното истекување, проценка на сопствениот ризик што не е капитално барање, изнесува 12,45% и 10,35%, еквивалентен траен шок од 29,1% и 34,1% (интервали во прилог Б). Двете мерки не се противречни, зашто мерката до истекување го квантифицира трендовскиот ризик по првата година, кој не може да се пренесе без пазарен механизам за пренос (Blake, Kallestrup-Lamb and Rangvid, 2023).

Таа мерка е долна граница: повратниот тест врз Бугарија и Естонија дава покриеност на 95-процентниот интервал од 57,5%, со промашувања само на едната страна (делот 6.6). Бидејќи моделот веројатно го потценува ризикот, шокот од 20% е најмногу 1,54 до 1,92 пати поголем од потребното, а можеби и помалку. Затоа заклучокот дека 20% се доволни не е сигурен, а заклучокот дека шокот не треба да се намалува е сигурен, зашто модел што го потценува ризикот не може да оправда пониско капитално барање.

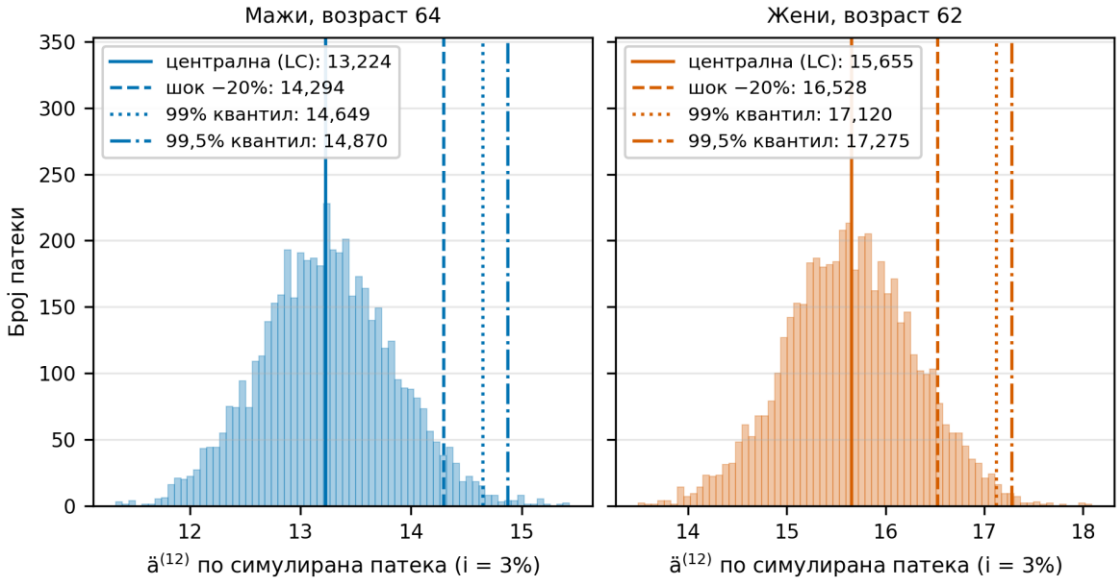



*Слика 14. Стандарден шок од 20% наспроти модел-базирана вредност под ризик на ниво 99,5%, по хоризонт и пол*

*Забелешка: кохорта 2026, основа 3%; шокот е по член 138 од Делегираната регулатива 2015/35 (European Commission, 2015), „екв." е еквивалентниот траен шок врз веројатностите за смрт, а едногодишната мерка е по Ричардс, Кари и Ричи (Richards, Currie and Ritchie, 2014); мешан портфел во табела Б.6.*

Мерката не зависи од затворањето на таблицата, а паѓа на 2,2% и -0,1% само под трендовски стационарната спецификација, која повратниот тест ја отфрла (табела Б.5). Едногодишниот заклучок зависи и од третманот на пандемијата, зашто под варијантата В еквивалентниот шок изнесува 35,5% и 31,6%, над 20%.

Кај мешан портфел квантилот изнесува 10,51%, а со случајно преместени индекси 7,9%. Третирањето на половите како независни ризици го потценува капиталот, бидејќи трендовскиот ризик е системски. Х3, дека шокот материјално се разликува од модел-базираната мерка, е поддржана на двата хоризонта, но во спротивна насока: до истекување шокот е помал од мерката, со однос 0,650 и 0,539, а на едногодишниот хоризонт е поголем (слики 14 и 15).




*Слика 15. Распределба на ануитетниот фактор по симулирани патеки, кохорта 2026 година: мажи на возраст 64 години и жени на возраст 62 години*

### *7.2 Маргина на ризик*

Маргината на ризик е дисконтирана по кривата на ЕИОПА, основата од членот 37 од Делегираната регулатива (European Commission, 2015). Износите на рамна основа од 3% се во табела Б.7. Со трошок на капиталот од 6% таа изнесува 4,43% од најдобрата проценка кај мажите и 3,38% кај жените. Од 30 јануари 2027 година, со стапка од 4,75% и опаѓачки временски фактор (European Commission, 2025), паѓа на 2,73% и 2,04%, промена од -38,4% и -39,7%, поголема од просекот во актот поради долгото времетраење на ануитетот. Бидејќи барањето ја опфаќа само долговечноста, секоја маргина е долна граница.

### *7.3 Изборот на членот: програмирано повлекување наспроти доживотен ануитет*

За член што се пензионира во 2026 година со моделирано просечно салдо од 499.012 денари кај мажите и 453.103 кај жените, обете исплати се вреднувани на иста реална стапка од 2%, највисоката од рамните основи што не го надминува таванот од подзаконскиот акт (2,18% реално), во месечни реални денари од 2026 година. Повлекувањето по членот 16 од законот за исплата, врз официјалната периодна таблица на ДЗС без прилагодување за подобрувањето, долна граница на исплатата, дава 3.256 и 2.434 денари во првата година, наспроти 2.856 и 2.165 за ануитет индексиран со трошоците на живот, почетна предност од 14% и 12%.

До возраст 90 години реалната исплата паѓа на приближно една десетина од почетната (-93% и -91%), а пресекот со ануитетот настанува на 69 и 70 години, возраст што ќе ја достигнат 90% и 92% од членовите. Опаѓањето следи од формулата (табела В.2): годишниот пад ја следи веројатноста за преживување и е еднаков на пропуштениот кредит од смртноста. Кај повлекувањето овој ризик го носи членот.

Заклучокот не зависи од формата на прилагодување: при фиксно номинално прилагодување од 1%, законскиот минимум, ануитетот е повисок веќе од првата исплата, но губи куповна моќ. При максимумот од 3% пресекот е неизменет (табела В.3).

### *7.4 Зошто не постои ануитетен пазар: тест на маргината по законска форма*

Делот 7.3 ја мери доживотната вредност. Овде критериумот е намерно построг, првата исплата, зашто неа членот ја споредува при изборот (предлог 3). Тестот е стилизиран: без оптоварување над законски ограничената провизија од 2,5%, без раскинувања, реосигурување и целна добивка. Тестот проверува дали при највисоката допуштена цена, реалниот таван од 2,18%, каматната маргина го покрива трошокот на капиталот за долговечност. Тука инфлацијата е усогласена со курсот, 2%, зашто маргината се мери врз кривата за евро, која веќе ја содржи еврозонската инфлација. Делот 7.3 го користи историскиот просек за 2006-2025 година, 3,15%, кој го мери реалниот тек за членот. Поради различните реални стапки (2% таму, таванот овде) првите исплати во двата дела не се непосредно споредливи (табели В.3 и Б.8). При историскиот просек секоја нето-маргина се влошува со ист знак (прилог Б).

Во тестот цената на ануитетот се изразува преку каматната стапка со која осигурувачот ја пресметува исплатата: повисока стапка значи повисока исплата за пензионерот и помала добивка за осигурувачот. При законскиот таван нето-маргината на осигурувачот е негативна под сите три форми и кај двата пола. Единствената форма што го надминува повлекувањето од првата исплата е фиксното прилагодување од 1%, со прва исплата 9,0% и 13,5% над него, а токму таа му носи на осигурувачот нето-маргина од -16,9% и -16,6% од премијата. Осигурувачот нема загуба само ако реалната стапка е најмногу 0,55% кај мажите и 0,74% кај жените, а при тие стапки првата исплата е на -16,3% и -13,6% од повлекувањето. Стапката што членот би ја прифатил е неколкукратно поголема од стапката што осигурувачот може да ја понуди, кај секоја форма, кај двата пола и при двете претпоставки за инфлација. Затоа не постои стапка прифатлива за двете страни; тоа е двострана пазарна неуспешност и причината пазарот да не се формира при денешните параметри.

Резултатот зависи од тоа како се вреднува обврската. Подзаконскиот акт одредува само највисока каматна стапка, реално 2,18% по одбивање на усогласувањето од членот 6. Ако обврската се вреднува како во Солвентност II, со безризичната крива за евро, реалната стапка е 1,31%, пониска од таванот, па осигурувач што ја пресметува исплатата со највисоката дозволена стапка има загуба уште на денот на продажбата. Ако обврската се вреднува по домашните правила, со приносот од 5,2% на петнаесетгодишните домашни обврзници, осигурувачот има нето-маргина од 1,5% и 3,5% од премијата за рамен ануитет на таванот, позитивна поради самиот начин на вреднување; по форми на прилагодување таа не е пресметана (табела Б.8, забелешка г). Самиот таван е изведен од просечната стапка на државните хартии со рок од најмалку пет години, намалена за проценка на трошоците на живот (прилог В). Оттука следи конфликтот меѓу двете основи (делот 8.1).

Три ограничувања. Прво, кај повлекувањето остатокот од сметката преминува во наследната маса, а ануитетот не остава ништо, па дел од разликата е цената на тоа право; наодот е за страната на понудата. Второ, ограничувачки е реалниот таван по одбитокот од членот 6; номиналните варијанти се во табела Б.8. Трето, повлекувањето тука е пресметано врз непроектирана периодна таблица; подзаконскиот акт бара да се земе предвид идното подобрување, но не пропишува минимум, па периодната таблица е долна граница на исплатата; ако пензиското друштво го искористи допуштениот максимум од 3 години, првата исплата од повлекувањето паѓа на нивото на ануитетот усогласен со трошоците на живот (табели В.2 и В.3), а нето од провизијата ануитетот е под него. Мерената разлика затоа делумно е јазот од делот 6.4 гледан од страната на повлекувањето, а условот „под исти услови“ од членот 22 став (1) не е исполнет додека ануитетот се пресметува на проектирана, а повлекувањето на непроектирана основа.

### *7.5 Колку ануитизација може да апсорбира секторот*

По правилата на Солвентност II осигурувачот треба да држи капитал за долговечност од 10,5% од ануитизираната обврска (стандардниот шок плус маргината на ризик); оваа бројка е различна мерка од капиталот во табелата 5, пресметан со моделот до исплатата на последната рата, иако двете вредности случајно се речиси еднакви. Ако капиталот на секторот животно осигурување остане како во 2025 година, тој целосно се троши ако се ануитизираат 27,6% од салдата на членовите што се пензионираат до 2040 година, а половина од него при 13,8%. Прагот е под најниското моделирано сценарио од 30%, па секторот во денешниот состав не може да го апсорбира ни најконзервативниот случај; тоа важи при измерениот фактор на густина, а при неговата долна граница (сегашна вредност 81,7% од централната, прилог В) прагот се поместува над тоа сценарио. Прагот содржи две поедноставувања со спротивен ефект: другите ризици на осигурувачот не се вклучени, што го зголемува прагот, а капиталот на секторот не расте петнаесет години, што го намалува. Тој е тест за дозволи и за фазно воведување, зашто дозвола се издава врз денешниот биланс, а домашниот режим е сè уште од типот Солвентност I (делот 3.1). Словачка, каде ануитетите исто така ги нудат друштва за осигурување на живот, има прифаќање од 22,7%, под домашниот праг. Хрватските 35,3% не мерат капацитет на животноосигурителен сектор, зашто таму ануитетите ги нуди наменско пензиско осигурително друштво (прилог Ѓ), па формата на давателот влијае врз капацитетот (предлог 6).

### *7.6 Обврска на ниво на систем и резервен јаз*

Освен потписниците на изјава за продолжување, прв член со сметка во вториот столб ја достигнува законската старосна граница во 2029 година кај жените и 2031 кај мажите (делот 3.2); потоа приливот расте брзо, вкупно 107.522 лица до 2040 година (сликата 1), а салдата што пристигнуваат растат до 27,82 милијарди денари во 2040 година при целосна ануитизација.

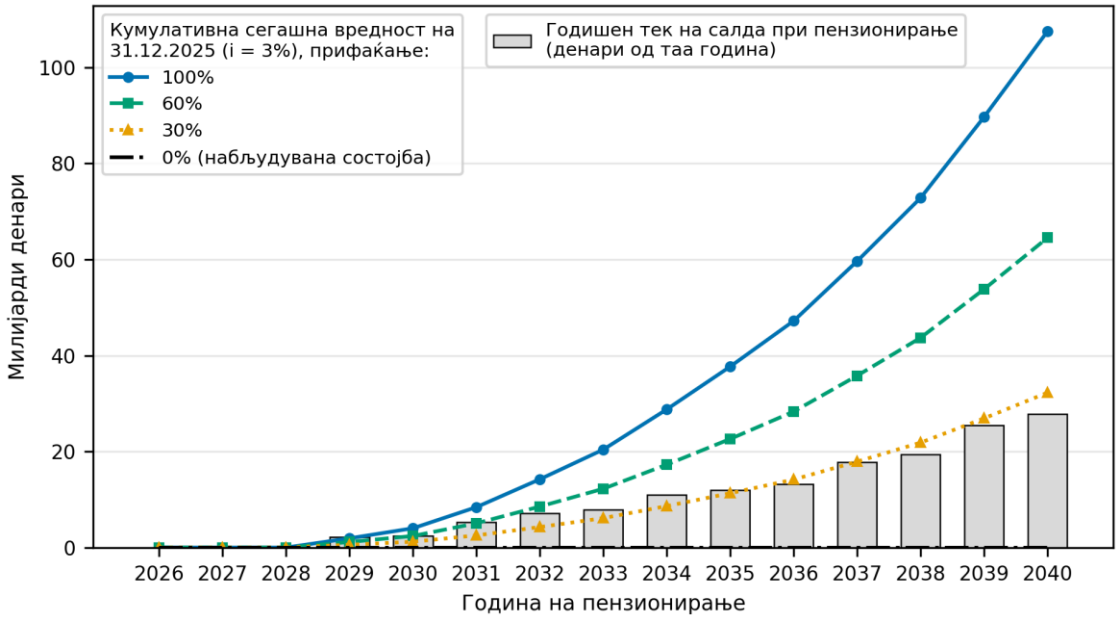
Сегашната вредност на салдата што пристигнуваат до пензионирање, дисконтирана на крајот на 2025 година на истите 3%, изнесува 107,55 милијарди денари, 10,3% од бруто домашниот производ за 2025 година и 57,1% од постојните нето-средства на вториот

столб. Обврска за осигурувач станува само ануитизираниот дел, па сценаријата се разликуваат по стапката на прифаќање (табела 5, слика 16); набљудуваната, 0%, е основниот случај.

Табела 5. Ануитизирани салда од вториот столб и капитал за долговечност, сегашна вредност на крајот на 2025 година, по стапка на прифаќање

| Мерка | 30% | 60% | 100% |
|---|---|---|---|
| Сегашна вредност (млрд денари) | 32,26 | 64,53 | 107,55 |
| Удел во бруто домашниот производ (%) | 3,09 | 6,18 | 10,30 |
| Ценовна компонента на резервниот јаз, кохортна наспроти периодна таблица (млрд денари) | 2,48 | 4,95 | 8,25 |
| Капитал за долговечност, квантил 99,5% до истекување (млрд денари) | 3,39 | 6,78 | 11,31 |

*Забелешка: при набљудуваното прифаќање од 0% сите величини се нула; капиталот расте линеарно со стапката на прифаќање. Извор: пресметки на авторот врз основа на податоци од МАПАС, ДЗС и АСО.*




*Слика 16. Сегашна вредност на обврската од вториот столб по стапка на прифаќање, 2026-2040 година*

Ако ануитетите се пресметуваат на периодна наместо на проектирана таблица, резервите по равенката (10) се пониски за 12,9% од ануитизираната обврска. Износот има два дела: 7,7% е грешка во цената, разликата меѓу проектираната и периодната таблица, и само тој дел е во табелата 5; преостанатите 5,2% настануваат ако осигурувачот до 2040 година ја користи истата стара таблица наместо да ја ажурира. Ако секоја година се користи најновата периодна таблица, јазот е стабилен: 6,2% и 6,0% за 2026 наспроти 6,2% и 5,5% за 2040 година, истата величина како јазот од X2. Јазот од делот 6.4 (7,94% и 7,45%) е малку поголем, бидејќи споредбената таблица таму е за 2023 година, три години постара.

Системскиот капитал за долговечност, по квантилот до истекување за мешан портфел, изнесува 3,6 пати капиталот на денешниот сектор животно осигурување при целосна ануитизација и нула при набљудуваната стапка. Тоа е мерка на потребниот капацитет и не е барање кон постојните друштва. Сегашната вредност на приливот од 2040 година сама вреди 5,7 пати тој капитал.

Моделот отстапува од објавената статистика во една точка. МАПАС известува 116 корисници на старосна исплата од вториот столб во 2025 година, сите со програмирано повлекување, додека моделот проектира нула пред 2029 година. Тие доаѓаат од кохорти пред 1967 со изјава за продолжување. Остатокот е под резолуцијата на графиконот и вреди 0,13% од главната величина.

Овие величини се сценарија, не прогноза, бидејќи опфатот е измерен од графикон, а салдата од еднопараметарски композитен фактор, оценет од објавените придонеси на 0,567, со кој сегашната вредност се движи од 8,4% до 12,3% од производот. Обликот (нула до кохортата од 1967 година, потоа брз раст) и релативниот ценовен јаз се отпорни.

## 8. Дискусија и препораки

### *8.1 Толкување на резултатите*

Ниту едно друштво нема дозвола за класата 24 и ниту еден доживотен ануитет од вториот столб не е исплатен (АСО, 2026b, 2026a; МАПАС, 2026). Наодите ги опишуваат почетните услови на пазарот и се основа за минималните стандарди од член 22 (Собрание на РСМ, 2012).

Двострана пазарна неуспешност: на пазарно усогласена основа не постои цена што е истовремено солвентна за осигурувачот и барем еднаква на првата исплата од програмираното повлекување, за ниту една законска форма на прилагодување, пол и инфлациска основа (делот 7.4). Отсуството на побарувачка до 2029 година објаснува зошто досега немало ни понуда; параметрите што ги разгледува делот 8.2 објаснуваат зошто, ако останат непроменети, нема да има исплатлива понуда ни кога побарувачката ќе се појави. Дел од разликата е цената на наследството кај повлекувањето.

Ануитетот е исплатлив за осигурувачот ако обврската се вреднува по домашните правила, со приносот на домашните државни обврзници, а неисплатлив ако се вреднува со безризичната крива, како во Солвентност II. Кога домашниот режим ќе премине на Солвентност II (предлог 5), ќе исчезне добивката што денес го прави ануитетот исплатлив при сегашните највисоки дозволени стапки. Затоа преминот кон Солвентност II и промената на највисоката каматна стапка и на минималното годишно усогласување би требало да се донесат во ист пакет (предлог 3); ако се промени само едното, пазарот нема да се формира.

### *8.2 Предлози за АСО и МАПАС, по предложен редослед*

1. **Предлог 1 (АСО и МАПАС, заеднички акт по член 22): минимален стандард за таблиците како проектирана кохортна основа, без именувана таблица и со квантифициран долен праг, по можност пред првата дозвола за класата 24 и пред 2029 година.** Правилникот на АСО за техничките резерви („Службен весник“ бр. 318/2020), точка 5.3.3(2), веќе бара корекција за идните намалувања на смртноста каде тоа ја зголемува резервата, а точка 5.3.2 ја ограничува каматата. Недостига заедничкиот стандард од ставовите (2) и (6): специфичност по пол и возраст како кај МАПАС (МАПАС, 2022b), квантифициран долен праг

и изричен опфат на вториот столб. Проектираната основа е регионална практика: Словачка ја бара во законот, Хрватска во надзорната практика, а ниту еден споредбен систем не пропишува именувана таблица (прилог Ѓ). Стандардот треба да бара проектирана основа со претходна надзорна оцена и ревизија во објавен циклус, а по ставот (1) да ја опфати и таблицата за програмираното повлекување (делот 7.4). Хрватска и Словачка формираат унисекс цена по правото на ЕУ, а домашниот правилник бара таблици по пол. Предлог за прагот: подобрувањето вградено во таблицата да не биде помало од централната проекција за кохортата што се пензионира, што за 2026 година значи 1,75 години кај мажите и 1,82 кај жените очекувано траење на животот на 65 години над периодната таблица; централната проекција носи два спротивни ефекта, надуена измерена брзина поради пописната ревизија (делот 4.5) и потценување надвор од примерокот според повратниот тест (делот 6.6), па прагот треба да се ревидира во објавен циклус.

2. **Предлог 2 (МАПАС, правилник за таблиците, „Службен весник на РСМ“ бр. 177/2022): таванот на подобрувањето да се усогласи со проекцијата.** Правилникот на МАПАС дозволува најмногу 3 години очекувано траење на животот и не пропишува минимум (МАПАС, 2022b). За кохортата 2026 проекцијата дава 1,75 и 1,82 години, а за 2040 година 3,51 и 3,48, па таванот е ограничувачки. Ниту еден споредбен систем не го ограничува подобрувањето. Во сегашниот облик таванот не дозволува попретпазлива основа.

3. **Предлог 3 (АСО и МАПАС, во ист пакет со стандардот): каматата и минималното прилагодување да се определуваат заедно, со објавен тест на маргината.** АСО го определува минималното прилагодување годишно, од 1% до 3% (Собрание на РСМ, 2012), а подзаконскиот акт го ограничува дисконтирањето (МАПАС, 2022a). Тие два параметра одредуваат дали пазар може да се формира (делот 7.4), зашто формата со 1% е единствената привлечна за членот од првата исплата, а при законскиот таван и таа му носи загуба на осигурувачот на пазарно усогласена основа. Во Хрватска задолжителната индексација ги намали понудите и ги одврати пензионерите од вториот столб.

4. **Предлог 4 (Фондот на ПИОСМ, МАПАС и осигурувачите): договор за споделување податоци за смртноста на пензионерите, што може да започне веднаш.** Договорот треба да опфати и објавување на умрените по поединечна возраст и пол. Нема податоци за искуствената смртност на ануитантите, а претходната домашна студија ја надоместуваше со странски маргини (Bajatov, 2015). Множител од 0,8 врз популациските веројатности ја менува најдобрата проценка за 8,1%, а без евиденција по поединечна возраст таблиците од стандардот не можат независно да се проверат (ДЗС, 2023).

5. **Предлог 5 (АСО, при првата дозвола): преоден капитален третман до целосната примена на Солвентност II.** Шокот од 20% е прифатлив едногодишен долен праг. Друштвото треба да спроведе и сопствена проценка до

истекување и да го објави еквивалентниот траен шок со означен хоризонт, зашто калибрацијата на пропишаниот шок не се потпира на ниту една земја од регионот (EIOPA, 2014; Richards, Currie and Ritchie, 2014). Намалувањето на трошокот на капиталот од 2027 година ја менува маргината на ризик за -38% (European Commission, 2025).

6. **Предлог 6 (АСО, при првата дозвола): обликување на производот, фазно воведување и план за капацитет.** Комбинацијата од привремено повлекување и одложен ануитет веќе постои во законот и го покрива најскапиот дел од ризикот (Собрание на РСМ, 2012). Таа треба да стане оперативна (Vittas, Rudolph and Pollner, 2010; Šterpin, Laporšek and Vovk, 2026). Првите кохорти со втор столб ја достигнуваат границата дури во 2029 и 2031 година, па има време за фазно воведување. Хрватскиот модел со наменско пензиско друштво (делот 7.5) покажува дека и формата на давателот влијае врз капацитетот. АСО треба да бара документиран план за пренос на ризикот или за капитал пред првата дозвола. Реосигурителниот капацитет за пазар од ваков обем е отворено прашање (делот 3.4) (Blake, Kallestrup-Lamb and Rangvid, 2023).
7. **Предлог 7 (законодавецот, пред отворањето на пазарот): уредување на малите салда.** Во Словачка во 2025 година 1.028 штедачи не добиле ниту една понуда поради премал износ, при просечен ануитет од 26,2 евра месечно, а латвиските осигурувачи сами определуваат минимална премија. При моделирано просечно салдо од 499.012 денари ова е предуслов за отворањето на пазарот.

### *8.3 Ограничувања*

Редот е краток: дваесет години со три неидентификувани, па наклонот практично зависи од две точки, а ризикот од промена на режимот не е вреднуван. Пописната ревизија на именителите ја зголемува измерената стапка на подобрување за 23% кај мажите и 7% кај жените. Интервалите се претесни надвор од примерокот: покритие 57,5% наспроти номинални 95%, врз 8 споредби од две земји. 20% од женските комбинации патека и година имаат градиент на високите возрасти поостар од набљудуваното, задржан како компресија на смртноста, домашно непотврдена; затворањето на таблицата е екстраполација, а именителите пред 2021 година се реконструкција на ДЗС. Нема искуствени податоци за ануитанти (индексот на Випл, 1,00, не покажува концентрација на возрастите). Вредноста под ризик е врз најдобрата проценка, па кај портфел од неколку десетици корисници би доминирал идиосинкратскиот ризик; 5.000 патеки се едвај доволни за настан еден на двесте; кохортните модели не се користат за проекција; едногодишната вредност под ризик е изведена само преку индексот и е долна граница. Системските салда произлегуваат од композитен фактор калибриран кон еден агрегат, опфатот е измерен од графикон и нема проекција на номиналниот производ по 2025 година; тестот на маргината е стилизиран, а споредбените режими формираат унисекс цена, што ја ограничува пренесливоста.

### *8.4 Натамошни истражувања*

Потребни се искуствена студија за смртноста на ануитантите штом исплатите започнат, повеќепопулациски кохерентен модел со регионот, кој го надополнува краткиот домашен ред (Li and Lee, 2005), целосно едногодишно капитално барање со сите подмодули (Börger, 2010; Plat, 2011) и бихевиорално истражување на прифаќањето, кое го одредува обемот на пазарот повеќе од цената (Mitchell *et al.*, 1999; Finkelstein and Poterba, 2004).

## 9. Заклучни согледувања

**ИП1.** Да, смртноста на возрасти над 60 години се подобрува: под основната варијанта, со нулта тежина на пандемиските години, наклонот на периодниот индекс е негативен и значаен кај двата пола ($p$ = 0,028 кај мажите и 0,035 кај жените), па X1 е поддржана. Темпото е измерено неточно: машкиот наод е значаен и без која и да е крајна година (0,041 без 2003 и 0,030 без 2023 година), а женскиот не (0,053 и 0,081). Централната проекција за 2050 година дава 18,51 години очекувано траење на животот на 65 години кај мажите (15,19-21,97) и 20,57 кај жените (17,12-23,71); интервалот на годишниот прираст по патека се приближува до нула, па исходот е неизвесен.

**ИП2.** Да, статичната таблица ја потценува цената на доживотниот ануитет: на 3% кохортниот фактор го надминува периодниот за 7,94% кај маж на 64 години и 7,45% кај жена на 62, а јазот е позитивен на сите шест дисконтни основи, од 5,70% до 8,94%, па X2 е поддржана. За кохортата 2035 година расте на 13,03% и 11,39%.

**ИП3.** Да, 20% се доволни на едногодишниот хоризонт, за кој шокот е дефиниран: еквивалентниот траен шок изнесува 10,9% кај мажите и 13,4% кај жените, па пропишаните 20% се конзервативни за 1,5-1,9 пати, мерено преку влијанието врз најдобрата проценка (делот 7.1), и трудот не предлага рекалибрација. Проценката на сопствениот ризик до целосното истекување е поголема и одговара на траен шок од 29,1% и 34,1%, па X3 е поддржана на двата хоризонта, но во спротивна насока: до истекување моделот го надминува шокот, на едногодишниот хоризонт шокот го надминува моделот; мерката до истекување е долна граница, зашто повратниот тест врз споредбени земји дава покриеност на номинално 95-процентниот интервал од 57,5%. Под наивната варијанта едногодишниот еквивалент кај мажите е 35,5%, над прагот, па заклучокот зависи од третманот на пандемијата. Претпоставката за независност меѓу половите го менува капиталот за мешан портфел за -25%.

**ИП4.** Сегашната вредност на обврската на крајот на 2025 година изнесува 3,09%, 6,18% и 10,30% од бруто домашниот производ при прифаќање од 30%, 60% и 100% (107,55 милијарди денари при целосно прифаќање), а нови пензионери со втор столб, освен потписниците на изјава за продолжување, нема до 2029 кај жените и 2031 кај мажите. Износите зависат од сценариото, но ценовниот јаз од периодна наместо кохортна таблица е 7,7% од ануитизираната обврска при секоја стапка на прифаќање. Системскиот капитал за долговечност при целосно прифаќање е 3,6 пати капиталот на денешниот сектор осигурување на живот, што покажува колкав капацитет недостига.

**Импликација за политиката.** На пазарно усогласена основа не постои цена истовремено исплатлива за осигурувачот и најмалку еднаква на исплатата од програмираното повлекување, за ниту една од трите допуштени форми на прилагодување и ниту еден пол; по домашните правила за вреднување маргината е позитивна, но мала (1,5% и 3,5% од премијата). До 2029 година нови пензионери со втор столб има само по изјава за продолжување, а кога поголемата побарувачка ќе се појави, при непроменети параметри нема да има исплатлива понуда. И капацитетот е ограничувачки: прифаќање од 27,6% го исцрпува денешниот капитал на секторот, мерено на основата на Солвентност II, над остварената словачка стапка од 22,7%. Од наодите произлегува предлог за редослед на мерките, секоја во надлежност на институцијата што ја носи: (1) заеднички минимален стандард по член 22 (АСО и МАПАС) како проектирана кохортна основа, по можност пред првата дозвола за класата 24 и пред 2029 година, со долен праг за подобрувањето од најмалку 1,75 години кај мажите и 1,82 кај жените за кохортата 2026, колку што дава централната проекција, со ревизија во објавен циклус, зашто проекцијата носи два спротивни ефекта: пописната ревизија ја надува измерената брзина (делот 4.5), а повратниот тест покажува потценување надвор од примерокот (делот 6.6); (2) во истиот пакет, таван на подобрувањето усогласен со проекцијата наместо сегашните 3 години (МАПАС), кој е ограничувачки веќе за кохортата 2040, и заедничко определување на каматата и минималното прилагодување со објавен тест на маргината (АСО); (3) договор за споделување податоци за смртноста на пензионерите (Фондот на ПИОСМ, МАПАС и осигурувачите); (4) преоден капитален третман и план за капитал или пренос на ризикот при првата дозвола (АСО); (5) уредување на малите салда со закон. Проектирана основа бараат 2 од четирите споредбени системи на Европската унија, а ниту еден не го ограничува дозволеното подобрување.

## Прилози

Прилозите ги даваат целосните нумерички резултати зад деловите 6 и 7. Прилогот А ги содржи проверките на податоците и спецификациите изместени од главниот текст, споредбата на моделите по информацискиот критериум (табела А.1) и по точноста во повратниот тест (табела А.2), наклонот по варијанта (табела А.3), квантилите на очекуваното траење на животот (табела А.4) и надворешниот повратен тест по ќелија (табела А.5) и по конструкција на интервалот (табела А.6); прилогот Б ануитетните фактори по основа (табела Б.1), нивните перцентили и унисекс-вредностите (табела Б.2) и осетливостите (табела Б.3), капиталните мерки по основа (табела Б.4), нивните осетливости (табела Б.5) и мерките за мешаниот портфел (табела Б.6), маргината на ризик (табела Б.7) и комерцијалната одржливост по законска форма (табела Б.8); прилогот В системските претпоставки (табела В.1), програмираното повлекување по возраст (табела В.2) и ануитетот по форма на индексација (табела В.3); прилогот Г изворите на податоците (табела Г.1); прилогот Д изјавата за достапност на кодот; а прилогот Ѓ институционалната споредба со четири земји од Европската унија (табела Ѓ.1). Секоја бројка доаѓа од истите резултатски датотеки како и во главниот текст, а резултатите што не се прикажани се во придружниот код. Прилозите не се пресметуваат во бројот на зборови на трудот.

## *Прилог А. Споредба на моделите, повратно тестирање и надворешна проверка*

Проверки на податоците и спецификации, изместени од главниот текст.

*Спој на ревидираната и тековната серија.* Ревидираната серија за 2003-2020 е споена со тековната проценка од 2021 наваму, бидејќи ДЗС ревидираше заклучно со 2020 година. Прекин при спојот не се потврдува. Тестот следи кохорти, бидејќи односот на изложеноста на иста возраст меѓу две години споредува различни родилни кохорти. Односот на возраста $x+1$ во 2021 година и $x$ во 2020, помножен со доживувањето, е во контролниот распон од истата конструкција во една верзија на серијата. Збирната изложеност се менува во сооднос 0,997-1,004 (прилог Д). Сепак, ревидираната серија е реконструкција наназад од пописната основа и содржи претпоставки за смртноста и миграцијата. Овој ризик од кружност е една од двете причини валидацијата да се врши спрема таблиците на ДЗС (деловите 4.4 и 4.5).

*Натрупување на возрастите.* Натрупување на возрастите (age heaping) не е откриено. Индексот на Випл (Whipple) на стандардниот возрасен интервал е 1,001 кај мажите и 1,001 кај жените (еден значи отсуство). Мешаниот индекс на Мајерс (Myers) врз четири децении е 0,40% и 0,23% (нула значи отсуство). Отстапувањето на возрастите деливи со пет, по отстранување на опаѓањето на населението со возраста, е -0,02% и -0,06%, практично нула. Без двете постапки опаѓањето на населението со возраста се мери како наклонетост кон цифри. Измазнување на стапките (graduation) не е потребно, бидејќи неточноста при високите возрасти потекнува од малата изложеност.

*Кохортни модели: спецификација и идентификуваност.* Оценети се и два кохортни модела. Реншо-Хаберман (Renshaw and Haberman, 2006) е во поедноставената форма $\log m(x,t) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \gamma_{t-x}$. Целосната, со слободна втора возрасна функција, не е идентификувана на овие податоци, бидејќи е определен само производот на таа функција и кохортниот член (Hunt and Blake, 2020). Поедноставената е стабилна, со приближното ограничување за $\gamma_{t-x}$ и нулта тежина за кохортите со помалку од 3 идентификувани ќелии. Под варијантата Б остануваат 618 ќелии. Стабилен е и моделот возраст-период-кохорта, $\log m(x,t) = \alpha_x + \kappa_t + \gamma_{t-x}$. Ниту еден не се проектира, бидејќи тоа бара екстраполација на десетици ненабљудувани кохортни параметри (Cairns *et al.*, 2009).

*Затворање на таблицата по патека.* Над возраста 89 години секоја патека се затвора со законот на Канисто (Thatcher, Kannisto and Vaupel, 1998; Wilmoth *et al.*, 2025). Наклонот се оценува по патека и година, ограничен само одоздола, со исто правило за двата пола. Наклон на нула или под нула би значел дека смртноста престанува да расте над 90 години, што во човечка популација не се случува. Остар наклон е документираното собирање на смртноста кон највисоките возрасти. Подот е најмалиот набљудуван годишен наклон намален за двапати неговата стандардна грешка и е активен кај 3,7% од машките и 0,1% од женските комбинации патека и година. Горното референтно ниво е само дијагностика. Над него се 19,5% од женските и 1,2% од машките комбинации патека и година, а кај жените надминувањето расте систематски како што $\kappa$ опаѓа. Проекцијата е изведена и без долната граница.

*Кохерентно проектирање по Ли и Ли.* Разликата меѓу половите се моделира и со заедничкиот фактор на Ли и Ли (Li and Lee, 2005), каде отстапувањето по пол следи процес од прв ред што се враќа кон средна вредност. Тоа е само проверка на кохерентноста, бидејќи во примерот на Ли и Ли тестот на односот на објаснување го отфрла тој процес кај двата пола.

*Кохерентно проектирање: резултат.* Кога разликата меѓу половите се моделира кохерентно (Li and Lee, 2005), ануитетот се менува за 0,97% и -1,13%, а јазот останува 8,40 и 7,16.

*Интервенции врз изведените таблици.* Три интервенции врз изведените таблици се измерени. Измазнувањето на $\beta_x$ го менува очекуваното траење во 2050 година за -0,025 и 0,046 години. Изотоничната поправка над возраст 65 години ги отстранува сите возрасни обрати (во централните таблици од 151 и 108, во симулираните од 1.001.495 и 704.426), со најголема промена од 0,097 и 0,153 логаритамски поени. Долната граница на наклонот при затворањето го поместува горниот квантил во 2080 година од 29,13 на 28,78 години кај мажите и од 28,83 на 28,81 кај жените.

Табела А.1. Број на параметри и информациски критериум (BIC) по модел и варијанта (бездимензионални величини). k е бројот на ефективни параметри, а BIC м и BIC ж се критериумот за мажи и за жени.

| Модел | k | BIC м | BIC ж |
|---|---|---|---|
| **Варијанта А (2003-2019)** | | | |
| Ли-Картер (LC) | 85 | 5.333,9 | 5.268,2 |
| Кернс-Блејк-Дауд (CBD) | 34 | 5.418,2 | 5.290,4 |
| Возраст-период-кохорта (APC) | 94 | 5.350,8 | 5.272,5 |
| Реншо-Хаберман (RH) | 128 | 5.522,6 | 5.451,6 |
| **Варијанта Б (нулти тежини)** | | | |
| Ли-Картер (LC) | 86 | 5.650,7 | 5.570,8 |
| Кернс-Блејк-Дауд (CBD) | 36 | 5.750,2 | 5.659,5 |
| Возраст-период-кохорта (APC) | 97 | 5.671,8 | 5.576,9 |
| Реншо-Хаберман (RH) | 131 | 5.841,2 | 5.758,5 |
| **Варијанта В (наивна)** | | | |
| Ли-Картер (LC) | 88 | 6.400,0 | 6.311,3 |
| Кернс-Блејк-Дауд (CBD) | 40 | 6.453,5 | 6.350,3 |
| Возраст-период-кохорта (APC) | 101 | 6.349,4 | 6.310,7 |
| Реншо-Хаберман (RH) | 135 | 6.525,7 | 6.411,0 |

*Извор: пресметки на авторот врз основа на податоци од ДЗС и Евростат; критериумот е на заедничка Поасонова скала и на исто множество ќелии во рамките на секоја варијанта (583 ќелии под А, 618 под Б и 690 под В), па редовите се споредливи само внатре во блокот.*

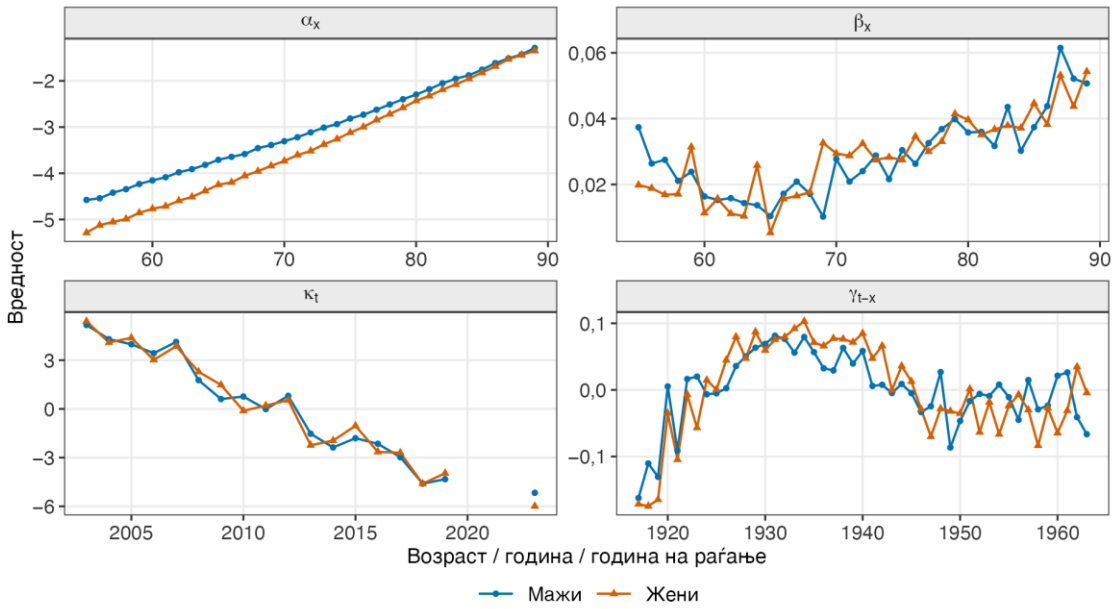
Табела А.2. Точност на моделите во повратниот тест, оценување 2003-2014 и проекција 2015-2019 (RMSE на логаритамот на стапката на смртност; грешка во години). $RMSE_{55}$ и $RMSE_{60}$ се мерат на возрастите 55-89 и 60-89 години, Δe65 е проектираното минус остварениот очекувано траење на животот на 65 години во 2019 година, а м и ж означуваат мажи и жени.

| Модел | $RMSE_{55}$ м | $RMSE_{55}$ ж | $RMSE_{60}$ м | $RMSE_{60}$ ж | Δe65 м | Δe65 ж |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ли-Картер (LC) | 0,102 | 0,122 | 0,084 | 0,106 | 0,191 | -0,099 |
| Кернс-Блејк-Дауд (CBD) | 0,101 | 0,151 | 0,095 | 0,102 | 0,035 | -0,173 |
| Возраст-период-кохорта (APC) | 0,081 | 0,088 | 0,079 | 0,084 | 0,087 | 0,091 |
| Реншо-Хаберман (RH) | 0,111 | 0,135 | 0,112 | 0,112 | 0,880 | 0,243 |

*Извор: пресметки на авторот врз основа на податоци од ДЗС и Евростат; повратниот тест не зависи од варијантата, бидејќи прозорецот 2003-2014 не содржи исклучена година, па е даден само еднаш.*

Реншо-Хаберман во поедноставената форма конвергира од сите четири почетни точки кај двата пола. Најголемиот кохортен ефект под варијантата Б е 0,162 кај мажите и

0,175 кај жените, ист ред на големина како кај возраст-период-кохорта на истите ќелии (0,085 и 0,113), а подолгата отсечка на аголните кохорти (602 ќелии) го дава истиот наод (0,142 и 0,193). На објавената матрица на тежини под Б, без отсекување на аголните кохорти, критериумот на Ли-Картер е 5.675,9 и 5.590,3, а на возраст-период-кохорта 5.707,2 и 5.609,2 со 99 наместо 97 параметри, бидејќи со ќелиите отпаѓаат две кохортни дијагонали (1964,1965); редоследот на моделите не се менува.




*Слика 17. Оценети параметри на моделот Реншо-Хаберман во поедноставената форма: $\alpha_x$, $\beta_x$, $\kappa_t$ и кохортниот член $\gamma_{t-x}$, по пол*

*Извор: пресметки на авторот врз основа на податоци од ДЗС и Евростат; кохортниот член е прикажан само за кохортите со доволно идентификувани набљудувања.*

Табела А.3. Наклон на периодниот индекс на моделот Ли-Картер и тест на хипотезата Х1, по варијанта и пол.

| Пол | Наклон $\hat{\delta}$ | SE($\hat{\delta}$) | $\hat{\sigma}$ | $t$ | $p$ | Ст. слобода | Критична вредност |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Варијанта А (2003-2019)** | | | | | | | |
| Мажи | -0,5620 | 0,2287 | 0,915 | -2,46 | 0,027 | 15 | 2,131 |
| Жени | -0,5639 | 0,2905 | 1,162 | -1,94 | 0,071 | 15 | 2,131 |
| **Варијанта Б (нулти тежини)** | | | | | | | |
| Мажи | -0,4951 | 0,2045 | 0,915 | -2,42 | 0,028 | 16 | 2,120 |
| Жени | -0,5839 | 0,2534 | 1,133 | -2,30 | 0,035 | 16 | 2,120 |
| **Варијанта В (наивна)** | | | | | | | |
| Мажи | -0,4904 | 0,7469 | 3,340 | -0,66 | 0,520 | 18 | 2,101 |
| Жени | -0,6190 | 0,6817 | 3,049 | -0,91 | 0,376 | 18 | 2,101 |

*Извор: пресметки на авторот; критичната вредност е двострана, на ниво од 5%, а распонот на оценувањето е 16 години под А и 20 години под Б и В.*

Табела А.4. Квантили на проектираното очекувано траење на животот на возраст 65 години, по пол и деценија (години). p2,5, p97,5 и p99,5 се перцентилите на симулираната распределба, а н/п значи дека перцентилот не е пресметан за таа спецификација.

| Година | Централна | p2,5 | p97,5 | p99,5 |
|---|---|---|---|---|
| **Мажи** | | | | |
| 2030 | 16,21 | 14,97 | 17,47 | 17,78 |
| 2040 | 17,35 | 15,06 | 19,70 | 20,50 |
| 2050 | 18,51 | 15,19 | 21,97 | 22,98 |
| 2060 | 19,69 | 15,41 | 24,19 | 25,63 |
| 2070 | 20,89 | 15,74 | 26,58 | 28,40 |
| 2080[a] | 22,10 | 15,91 | 28,78 | 30,68 |

| Година | Централна | p2,5 | p97,5 | p99,5 |
|---|---|---|---|---|
| 2080, трендовски стационарна[б] | 23,09 | 22,74 | 23,44 | н/п |
| **Жени** | | | | |
| 2030 | 18,32 | 16,92 | 19,64 | 20,14 |
| 2040 | 19,47 | 16,94 | 21,76 | 22,38 |
| 2050 | 20,57 | 17,12 | 23,71 | 24,57 |
| 2060 | 21,64 | 17,24 | 25,56 | 26,71 |
| 2070 | 22,65 | 17,44 | 27,18 | 28,78 |
| 2080 | 23,62 | 17,71 | 28,81 | 30,85 |
| 2080, трендовски стационарна[б] | 23,53 | 23,27 | 23,79 | н/п |

*Извор: пресметки на авторот, 5.000 заеднички симулирани патеки по пол (500 бутстрап-повторувања), со годишни вредности во придружниот код. [а] Без под врз наклонот на високите возрасти при затворањето на таблицата p97,5 во 2080 година изнесува 29,13 години кај мажите и 28,83 кај жените. [б] Спецификација што надворешниот повратен тест ја отфрла (табела А.6).*

Варијансите по извор кај мажите (слика 9, делот 6.3) во 2050 година изнесуваат 1,69 години на квадрат од наклонот, 1,29 од процесниот шум и 0,01 од оценувањето на параметрите, наспроти остварена варијанса од 2,95; во 2080 година 7,99, 2,86 и 0,15. Тие не се собираат во остварената, зашто очекуваното траење е конкавна функција на $\kappa$ (делот 5.5).

Табела А.5. Надворешен повратен тест на моделот Ли-Картер врз споредбени земји, по ќелија: очекувано траење на животот на возраст 65 години на крајот на дваесетгодишната проекција (години). e65 е остварената вредност, p2,5 и p97,5 се границите на номинално 95-процентниот интервал, а Гр. 10 г. и Гр. 20 г. се апсолутните грешки на централната проекција по десет и по дваесет години.

| Пол | e65 | Централна | p2,5 | p97,5 | Гр. 10 г. | Гр. 20 г. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Бугарија, 2004-2023** | | | | | | |
| Мажи | 14,53 | 12,76 | 11,38 | 15,56 | 1,40 | 1,77 |
| Жени | 18,64 | 15,64 | 13,53 | 18,59 | 2,18 | 3,01 |
| **Естонија, 2004-2023[а]** | | | | | | |
| Мажи | 16,09 | 12,98 | 10,58 | 15,11 | 2,25 | 3,11 |
| Жени | 21,19 | 19,65 | 16,09 | 23,06 | 1,63 | 1,54 |
| **Бугарија, 1994-2013** | | | | | | |
| Мажи | 14,17 | 12,39 | 11,97 | 12,79 | 0,51 | 1,78 |
| Жени | 17,70 | 16,10 | 13,41 | 18,35 | 0,17 | 1,61 |
| **Естонија, 1994-2013[а]** | | | | | | |
| Мажи | 15,07 | 11,24 | 10,31 | 12,03 | 1,32 | 3,83 |
| Жени | 20,23 | 16,12 | 13,36 | 20,44 | 1,53 | 4,11 |
| **Бугарија 55-84, 2004-2023[а]** | | | | | | |
| Мажи | 14,66 | 12,73 | 11,39 | 14,09 | 1,49 | 1,93 |
| Жени | 18,77 | 15,54 | 13,69 | 17,55 | 2,13 | 3,24 |

*Извор: пресметки на авторот врз основа на податоци од Евростат, со модел на Ли-Картер оценет на дваесетгодишниот прозорец пред проекцијата (1984-2003, односно 1974-1993) и проектиран дваесет години со 5.000 патеки по ќелија (500 бутстрап-повторувања по 10 патеки), по постапката од делот 5.4; покриеноста по ќелија и збирните мерки се во табела А.6. [а] Бугарија е оценета на возрасти 55-89, а Естонија на 55-84 поради достапноста на изложеноста; блокот 55-84 за Бугарија е осетливост на тој избор.*

Табела А.6. Покриеност и грешка на номинално 95-процентниот интервал во надворешниот повратен тест, по конструкција на интервалот (покриеност и удели во %, грешки и ширини во години, односот без единица). Главна е главната конструкција, Проширена е проширената варијанта, а Тр.-стац. е трендовски стационарната спецификација.

| Ќелија или мерка | Главна | Проширена | Тр.-стац. |
|---|---|---|---|
| **Покриеност по ќелија[а]** | | | |
| Бугарија 2004-2023, м | 90,0 | 95,0 | 15,0 |
| Бугарија 2004-2023, ж | 40,0 | 85,0 | 5,0 |
| Естонија 2004-2023, м | 10,0 | 20,0 | 0,0 |
| Естонија 2004-2023, ж | 100,0 | 100,0 | 30,0 |
| Бугарија 1994-2013, м | 15,0 | 20,0 | 10,0 |

| Ќелија или мерка | Главна | Проширена | Тр.-стац. |
|---|---|---|---|
| Бугарија 1994-2013, ж | 100,0 | 100,0 | 35,0 |
| Естонија 1994-2013, м | 5,0 | 10,0 | 5,0 |
| Естонија 1994-2013, ж | 100,0 | 20,0 | 95,0 |
| Бугарија 55-84, м | 25,0 | 30,0 | 5,0 |
| Бугарија 55-84, ж | 10,0 | 25,0 | 5,0 |
| **Збирно, без осетливоста 55-84[б]** | | | |
| Покриеност, сите ќелии | 57,5 | 56,2 | 24,4 |
| Покриеност, прв прозорец | 60,0 | 75,0 | 12,5 |
| Покриеност, без 2020-2021 | 56,0 | 55,6 | 23,0 |
| Погодоци, 10 г. | 50,0 | 37,5 | 25,0 |
| Погодоци, 20 г. | 50,0 | 50,0 | 12,5 |
| Средна грешка, 10 г. | 1,37 | 1,37 | 1,45 |
| Средна грешка, 20 г. | 2,59 | 2,59 | 2,66 |
| Средна ширина, 10 г. | 2,69 | 2,70 | 1,28 |
| Средна ширина, 20 г. | 4,41 | 4,45 | 1,79 |
| Грешка/полуширина, 10 г. | 1,02 | 1,01 | 2,27 |
| Грешка/полуширина, 20 г. | 1,18 | 1,17 | 2,97 |

*Извор: пресметки на авторот врз основа на податоци од Евростат, по постапката од делот 5.4 и со истите патеки како во табела А.5. Главната конструкција ги бутстрапира $\alpha_x$, $\beta_x$ и појдовната точка на индексот и го извлекува наклонот од неговата стандардна грешка, при σ и стандардна грешка од основното оценување, како во делот 5.5; проширената ги преоценува наклонот, неговата стандардна грешка и σ во секое бутстреп-повторување, што ги поместува центрите на патеките по повторување, па не е чисто проширување и покриеноста во поединечни ќелии може да падне. Централната проекција и средната апсолутна грешка се исти во двете. [а] Удел на годините од проекцијата во кои остварената вредност е во интервалот; м и ж се мажи и жени, а ќелиите се означени со земјата и периодот на проекцијата (ќелиите 55-84 се за проекцијата 2004-2023). [б] Врз 8 ќелии; „Погодоци“ е уделот ќелии со остварената вредност во интервалот на крајот на хоризонтот, „Средна грешка“ е средната апсолутна грешка, а „Грешка/полуширина“ е односот на апсолутната грешка кон полуширината на интервалот. Калибриран интервал би дал покриеност близу до 95% и однос грешка кон полуширина околу половина, а повторната имплементација го репродуцира домашниот наклон со апсолутна разлика од редот на $10^{-7}$ (дијагностичка датотека во придружниот код).*

## *Прилог Б. Ануитетни резултати*

Табела Б.1. Ануитетен фактор ä$^{(12)}$ и јаз од долговечноста (X2) по дисконтна основа, пол и селекција (фактор во години, јаз во %). Пер. и Кох. се факторите по периодната и по проектираната кохортна таблица, Јаз е јазот од долговечноста меѓу двата фактора (делот 6.4), а м и ж се маж на 64 и жена на 62 години.

| Основа | Пер. м | Кох. м | Јаз м | Пер. ж | Кох. ж | Јаз ж |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Кохорта 2026** | | | | | | |
| Рамна стапка 2% | 13,365 | 14,560 | 8,94 | 16,090 | 17,444 | 8,42 |
| Рамна стапка 3% | 12,251 | 13,224 | 7,94 | 14,570 | 15,655 | 7,45 |
| Рамна стапка 4% | 11,286 | 12,084 | 7,07 | 13,271 | 14,146 | 6,59 |
| Крива на ЕИОПА | 11,928 | 12,820 | 7,48 | 14,103 | 15,089 | 6,99 |
| ЕИОПА плус распон | 11,012 | 11,745 | 6,66 | 12,880 | 13,677 | 6,19 |
| Домашна обврзница | 10,290 | 10,924 | 6,16 | 11,951 | 12,632 | 5,70 |
| **Селекција на ануитантите, i = 3%[а]** | | | | | | |
| Множител 0,9 | 12,724 | 13,730 | 7,91 | 14,979 | 16,069 | 7,28 |
| Множител 0,8 | 13,253 | 14,294 | 7,86 | 15,434 | 16,528 | 7,08 |

*Извор: пресметки на авторот; периодната основа е оценетата колона за 2023 година, а кохортната вредност доаѓа од 5.000-те симулирани патеки на главниот модел (Ли-Картер, варијанта Б). [а] Множителите се применети врз популациските веројатности за смрт, а ефектот врз обврските е во табела Б.5; множителот 0,8 е бројно идентичен со стандардниот шок од 20%.*

Табела Б.2. Перцентили на кохортниот ануитетен фактор ä$^{(12)}$ и фактор по унисекс-таблица, по дисконтна основа, кохорта 2026 (години). p0,5 и p99,5 се перцентилите на кохортниот фактор, Унис. е кохортниот фактор по унисекс-таблицата, а м и ж се маж на 64 и жена на 62 години.

| Основа | p0,5 м | p99,5 м | Унис. м | p0,5 ж | p99,5 ж | Унис. ж |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Рамна стапка 2% | 12,864 | 16,634 | 15,421 | 15,339 | 19,539 | 16,551 |
| Рамна стапка 3% | 11,831 | 14,870 | 13,971 | 13,953 | 17,275 | 14,892 |
| Рамна стапка 4% | 10,931 | 13,384 | 12,734 | 12,762 | 15,411 | 13,491 |
| Крива на ЕИОПА | 11,535 | 14,303 | 13,527 | 13,536 | 16,544 | 14,372 |
| ЕИОПА плус распон | 10,677 | 12,921 | 12,363 | 12,410 | 14,812 | 13,060 |
| Домашна обврзница | 9,991 | 11,925 | 11,479 | 11,546 | 13,583 | 12,082 |

*Извор: пресметки на авторот; перцентилите доаѓаат од 5.000-те симулирани патеки на главниот модел (Ли-Картер, варијанта Б). Унисекс-таблицата е контрафактичка и законот не ја бара; тежините и вкрстеното субвенционирање се во делот 6.4.*

Табела Б.3. Осетливост на кохортниот ануитетен фактор ä$^{(12)}$ и на јазот од долговечноста на кохортата на купување и на моделот, по пол (фактор во години, јаз во %). Кох. 3% и Јаз 3% се на рамна стапка од 3%, а Кох. ЕИОПА е кохортниот фактор на кривата на ЕИОПА за евро.

| Сценарио | Кох. 3% | Јаз 3% | Кох. ЕИОПА |
|---|---|---|---|
| **Мажи 64** | | | |
| Кохорта 2030[а] | 13,502 | 10,21 | 13,077 |
| Кохорта 2035[а] | 13,847 | 13,03 | 13,396 |
| Кернс-Блејк-Дауд[б] | 13,210 | 8,61 | 12,792 |
| Кохерентно (Ли-Ли)[б] | 13,353 | 8,40 | 12,943 |
| **Жени 62** | | | |
| Кохорта 2030[а] | 15,914 | 9,23 | 15,327 |
| Кохорта 2035[а] | 16,230 | 11,39 | 15,616 |
| Кернс-Блејк-Дауд[б] | 15,665 | 7,83 | 15,092 |
| Кохерентно (Ли-Ли)[б] | 15,478 | 7,16 | 14,922 |

*Извор: пресметки на авторот (Li and Lee, 2005). [а] Јазот расте затоа што подобрувањето на смртноста се акумулира подолго пред датумот на купување. [б] Промената на кохортниот фактор наспроти главниот модел е -0,11% и 0,07% за Кернс-Блејк-Дауд и 0,97% и -1,13% за кохерентното проектирање (мажи и жени). Трендовски стационарната површина, спецификација што повратниот тест ја отфрла (табела А.6), дава кохортен фактор од 13,456 кај мажите и 15,594 кај жените при i = 3%.*

Табела Б.4. Капитал за ризикот од долговечност по дисконтна основа и пол: промена на најдобрата проценка (ΔBEL) под стандардниот шок и вредност под ризик до истекување на обврските (% од најдобрата проценка). Шок 20% е стандардниот шок врз веројатностите за смрт, а VaR 90 до VaR 99,5 се вредноста под ризик на соодветното ниво на доверба.

| Основа | Шок 20% | VaR 90 | VaR 95 | VaR 99 | VaR 99,5 |
|---|---|---|---|---|---|
| **Мажи 64** | | | | | |
| i = 2% | 8,92 | 6,78 | 8,72 | 12,33 | 14,24 |
| i = 3% | 8,09 | 6,01 | 7,64 | 10,77 | 12,45 |
| i = 4% | 7,36 | 5,34 | 6,74 | 9,54 | 10,76 |
| Крива на ЕИОПА | 7,71 | 5,65 | 7,16 | 10,14 | 11,57 |
| ЕИОПА плус распон | 7,03 | 5,04 | 6,34 | 9,02 | 10,01 |
| Домашна обврзница | 6,59 | 4,63 | 5,80 | 8,26 | 9,17 |
| **Жени 62** | | | | | |
| i = 2% | 6,25 | 6,04 | 7,83 | 10,69 | 12,01 |
| i = 3% | 5,58 | 5,33 | 6,88 | 9,36 | 10,35 |
| i = 4% | 4,98 | 4,68 | 6,05 | 8,18 | 8,94 |
| Крива на ЕИОПА | 5,27 | 4,99 | 6,45 | 8,75 | 9,64 |
| ЕИОПА плус распон | 4,71 | 4,39 | 5,67 | 7,64 | 8,30 |
| Домашна обврзница | 4,37 | 4,04 | 5,21 | 6,99 | 7,53 |

*Извор: пресметки на авторот (European Commission, 2015), 5.000 симулирани патеки, кохорта 2026, варијанта Б; осетливостите се во табела Б.5, а мешаниот портфел во табела Б.6.*

Табела Б.5. Осетливост на капиталните мерки, едногодишна вредност под ризик и еквивалентен траен шок, по пол, i = 3% (% од најдобрата проценка; еквивалентниот шок во % од веројатностите за смрт). VaR е вредноста под ризик, а колоните се за маж на 64 и жена на 62 години.

| Мерка | Мажи 64 | Жени 62 |
|---|---|---|
| **Стандарден шок од 20%** | | |
| Периодна таблица | 8,2 | 5,9 |
| Кернс-Блејк-Дауд | 8,8 | 5,9 |
| Селекција 0,9 | 7,8 | 5,4 |
| Селекција 0,8 | 7,4 | 5,2 |
| **Селекција без шок**[а] | | |
| Множител 0,9 | 3,8 | 2,6 |
| Множител 0,8 | 8,1 | 5,6 |
| **VaR 99,5 до истекување** | | |
| Интервал на квантилот[б] | 11,4-13,3 | 9,9-10,7 |
| Без под при затворањето[в] | 12,9 | 10,3 |
| Трендовски стационарна[в] | 2,2 | -0,1 |
| **Едногодишна VaR (Ричардс-Кари-Ричи)** | | |
| Ниво 90% | 2,1 | 1,8 |
| Ниво 95% | 2,7 | 2,3 |
| Ниво 99% | 3,8 | 3,3 |
| Ниво 99,5% | 4,2 | 3,6 |
| Ниво 99,5%, варијанта B | 15,8 | 9,4 |
| **Еквивалентен траен шок, 99,5%**[г] | | |
| До истекување | 29,1 | 34,1 |
| До истекување, интервал[б] | 27,1-30,8 | 32,8-35,0 |
| До истекување, без под[в] | 30,0 | 34,1 |
| Едногодишна | 10,9 | 13,4 |
| Едногодишна, варијанта B | 35,5 | 31,6 |

*Извор: пресметки на авторот (Richards, Currie and Ritchie, 2014; European Commission, 2015), 5.000 симулирани патеки (по 5.000 во секоја површина на неизвесноста), кохорта 2026, варијанта Б; главните мерки по основа се во табела Б.4.* [а] *Промена на најдобрата проценка наспроти основата без селекција.* [б] *Интервалот на квантилот е непараметарски, од редоследните статистики во истите патеки, и го мери симулацискиот шум, а не неизвесноста на моделот.* [в] *Без под врз наклонот при затворањето на таблицата заклучокот не се менува; трендовски стационарната површина е излез од спецификација што повратниот тест ја отфрла (табела А.6) и не е долен раб на веродостоен распон.* [г] *Однос на пропишаниот шок кон едногодишната мерка 1,92 (мажи) и 1,54 (жени), удел на едногодишното покритие во мерката до истекување 33,8% и 34,9%; поголемиот шок кај жените доаѓа од кумулативната опасност пондерирана со дисконтираното преживување (0,352 наспроти 0,245) и од измерените осетливости (0,405 и 0,279), па не е структурна одлика на женската смртност.*

Табела Б.6. Капитални мерки за мешан портфел од мажи и жени, i = 3% (% од најдобрата проценка; еквивалентниот шок во % од веројатностите за смрт). VaR е вредноста под ризик, а независни патеки значи случајно преспарени женски патеки.

| Мерка | Мешан портфел |
|---|---|
| **Стандарден шок од 20%** | |
| Заеднички патеки | 6,6 |
| МАПАС-пондериран[а] | 6,8 |
| **VaR до истекување** | |
| Ниво 90% | 5,3 |
| Ниво 95% | 6,8 |
| Ниво 99% | 9,4 |
| Ниво 99%, независни[б] | 7,1 |
| Ниво 99,5% | 10,5 |
| Ниво 99,5%, независни[б] | 8,0 |
| Независни, просек[в] | 7,9 |
| Независни, ст. отстапување[в] | 0,2 |
| Ниво 99,5%, МАПАС-пондериран[а] | 10,7 |
| **Едногодишна мерка, 99,5%** | |
| VaR, заеднички патеки | 3,7 |
| VaR, независни[б] | 2,7 |

| Мерка | Мешан портфел |
|---|---|
| Еквивалентен траен шок | 11,6 |

*Извор: пресметки на авторот (Richards, Currie and Ritchie, 2014), 5.000 симулирани патеки, кохорта 2026, варијанта Б; тежините на портфелот се 46,8% (мажи) и 53,2% (жени), а заедничките патеки имаат корелација на приростите од 0,795. [а] Со тежини по составот на членството според МАПАС. [б] Контрафактичко случајно преспарување на женските патеки (семе 2026), едно спарување, не алтернативна проценка. [в] Вредност под ризик на ниво 99,5% до истекување, просек и стандардно отстапување преку 200 случајни спарувања.*

Табела Б.7. Маргина на ризик по режим на трошокот на капиталот и пол (% од најдобрата проценка). CoC е стапката на трошокот на капиталот, SCR е капиталното барање врз кое се пресметува маргината, а VaR е вредноста под ризик.

| Режим | Мажи 64 | Жени 62 |
|---|---|---|
| **Крива на ЕИОПА (член 37)** | | |
| CoC 6%, SCR од шокот | 4,43 | 3,38 |
| CoC 4,75, со опаѓачки фактор | 2,73 | 2,04 |
| CoC 4,75, без опаѓачки фактор | 3,50 | 2,67 |
| Промена, со опаѓачки фактор[а] | -38,4 | -39,7 |
| **Рамна стапка 3%** | | |
| CoC 6%, SCR од шокот | 4,78 | 3,68 |
| CoC 6%, едногодишна VaR | 2,48 | 2,38 |
| CoC 6%, VaR до истекување | 7,35 | 6,83 |
| CoC 4,75, со опаѓачки фактор | 2,93 | 2,21 |
| CoC 4,75, без опаѓачки фактор | 3,78 | 2,91 |
| Промена, со опаѓачки фактор[а] | -38,7 | -40,0 |

*Извор: пресметки на авторот (European Commission, 2015, 2025); основата што ја бара членот 37 од Делегираната регулатива (ЕУ) 2015/35 е кривата на ЕИОПА, а рамната стапка од 3% е за споредливост со ануитетните фактори. SCR е од стандардниот шок од 20%, освен во двата реда каде основата е вредноста под ризик; CoC 6% е важечкиот режим, а новата стапка важи од 30 јануари 2027 година. [а] Промена наспроти CoC 6%; намалувањето е поголемо од просечното од 21% во актот, бидејќи ануитет со времетраење од 9,6 и 10,8 години го носи барањето во опаѓачката зона на временскиот фактор.*

Табела Б.8. Комерцијална одржливост на доживотниот ануитет по законска форма на индексација и пол, при реалниот таван од 2,18%[в] (маргини, стапки и односи во %, исплати во денари месечно). ТЖ е усогласување со трошоците на живот, Фикс. мин. и Фикс. макс. се фиксното номинално прилагодување од 1% и од 3%, а π ист. е историската инфлација од 3,15%.

| Мерка | ТЖ | Фикс. мин. | Фикс. макс. |
|---|---|---|---|
| **Мажи 64** | | | |
| Нето-маргина, π = 2%[г] | -20,6 | -16,9 | -20,3 |
| Нето-маргина, π ист.[б] | -35,1 | -29,4 | -34,7 |
| Прва исплата | 2.907 | 3.548 | 2.949 |
| Прва исплата / повлекување | -10,7 | 9,0 | -9,4 |
| Нулта маргина, π = 2%[а] | 0,45 | 0,55 | 0,46 |
| Нулта маргина, π ист. | -0,67 | -0,58 | -0,66 |
| Исплата при нулта маргина | 2.137 | 2.727 | 2.175 |
| Нулта маргина / повлекување | -34,4 | -16,3 | -33,2 |
| Изедначување, π = 2% | 4,54 | 2,37 | 4,39 |
| Изедначување, π ист. | 3,38 | 1,22 | 3,23 |
| **Жени 62** | | | |
| Нето-маргина, π = 2% | -20,1 | -16,6 | -19,8 |
| Нето-маргина, π ист. | -36,5 | -30,6 | -36,1 |
| Прва исплата | 2.208 | 2.762 | 2.244 |
| Прва исплата / повлекување | -9,3 | 13,5 | -7,8 |
| Нулта маргина, π = 2% | 0,67 | 0,74 | 0,67 |
| Нулта маргина, π ист. | -0,46 | -0,38 | -0,45 |
| Исплата при нулта маргина | 1.606 | 2.102 | 1.638 |
| Нулта маргина / повлекување | -34,0 | -13,6 | -32,7 |
| Изедначување, π = 2% | 4,25 | 2,08 | 4,10 |
| Изедначување, π ист. | 3,09 | 0,94 | 2,94 |

*Извор: пресметки на авторот (Richards, Currie and Ritchie, 2014; European Commission, 2015); стилизиран тест во кој единствен трошок над најдобрата проценка е законски ограничената провизија од 2,5% (чл. 8 од законот за исплата),*

*секоја форма се вреднува на својата ефективна стапка $(1 + j) = (1 + i_{реал})(1 + \pi)/(1 + g)$, а нето-маргината е по дисконтирање по кривата на ЕИОПА. [а] Стапката на нулта маргина е реалната цена при која нето-маргината е нула, а стапката на изедначување е онаа при која првата исплата е еднаква на повлекувањето; втората е над првата во секоја ќелија, па стапка што е истовремено одржлива и привлечна не постои. [б] Реалната безризична стапка кај мажите е 1,31% при $\pi = 2\%$, усогласена со курсот, и 0,18% при историскиот просек за 2006-2025 година. [в] Номиналниот таван е 4,16% според тестот од 80% врз последната петнаесетгодишна емисија и 5,01% според членот 5, а обврзувачки е реалниот таван по одбитокот од членот 6. [г] На домашната валоризациска основа, со принос од 5,2%, маргината е позитивна веќе поради изборот на основата: за рамен ануитет на таванот нето-маргината е 1,5% од премијата кај мажите и 3,5% кај жените, а по форми на прилагодување не е пресметана (делот 7.4).*

## *Прилог В. Системски претпоставки и споредба на исплатните производи*

Табела В.1. Претпоставки во моделот на системската обврска (ИП4).

| Претпоставка | Вредност | Извор и забелешка |
|---|---|---|
| **Придонеси и надоместоци, 2025 година** | | |
| Придонес во вториот столб, % од бруто платата | 6,0 | МАПАС 2025, непроменет од 2012 година |
| Резидуален придонес во првиот столб, % од бруто платата | 12,8 | остаток од вкупниот придонес за ПИО |
| Провизија за наплата, % од придонесите | 1,70 | МАПАС 2025, табела 5.6 |
| Надомест за управување со средствата, годишно | 0,33 | МАПАС 2025 |
| **Композитен фактор на густината $d$** | | |
| Централна вредност, измерена за 2025 година | 0,5667 | уплатени придонеси поделени со производот од стапката, просечната бруто плата и бројот на членови (МАПАС 2025, табела 5.2 и табела 5.6; МАКСТАТ); за 2024 година 0,5676, па вредноста е ниво, а не тренд |
| Долна граница, калибрирана кон средствата | 0,4431 | ги изедначува моделираните средства во 2025 година со агрегатот на МАПАС и го просекува целиот прираст на зачленувањето; сегашната вредност при неа е 81,7% од централната |
| Горна осетливост, претпоставка | 0,70 | само осетливост: сегашната вредност е 1,19 пати од централната, а рамното читање за 2024 и 2025 година ѝ противречи |
| **Плати, приноси и опфат** | | |
| Просечна бруто плата, 2023 година (денари) | 54.928 | МАКСТАТ, просечна бруто плата по вработен |
| Просечна бруто плата, 2024 година (денари) | 61.995 | исто |
| Просечна бруто плата, 2025 година (денари) | 67.957 | исто |
| Принос на фондовите | историски | просечен раст на вредноста на уделот, константен по 2025 година; сценарио, не прогноза (МАПАС 2025, табела 5.7) |
| Опфат, 61-64 години (мажи / жени) | 0,00 / 0,00 | нула членови по Сл. весник бр. 245/2018 |
| Опфат, 56-60 години (мажи / жени) | 26,23 / 27,65 | правно применлив именител: само раѓања од 1967 година наваму |
| Опфат, 51-55 години (мажи / жени) | 43,87 / 41,51 | целата група е родена по 1967 година |
| Опфат, 46-50 години (мажи / жени) | 65,08 / 60,44 | целата група е родена по 1967 година |
| Родов јаз во платите, 55-64 години, 2024 година | 9,2 | МАКСТАТ, Анкета за структурата на заработувачката |
| **Демографија, правила и калибрација** | | |
| Возраст на влез во придонес (години) | 20 | претпоставка |
| Проекција на населението | варијанта 2 | среден фертилитет; МАКСТАТ, официјална централна варијанта |
| Старосна граница за пензионирање, мажи / жени (години) | 64 / 62 | ЗПИО, чл. 18 |
| Прва година на пензионирање по законските граници, жени / мажи | 2029 / 2031 | правило од Сл. весник бр. 245/2018: членството престанува за родените пред 1 јануари 1967 година без изјава за продолжување |

| Претпоставка | Вредност | Извор и забелешка |
|---|---|---|
| Дисконтна стапка за системската обврска (%) | 3 | иста основа како главниот ануитетен резултат (делот 6.4) |
| Номинален БДП, 2025 година (милијарди денари) | 1.043,88 | прелиминарна проценка |
| Грешка на калибрацијата на средствата, 2025 година | 0,00 | блиску до нула по конструкција, не независна валидација |
| Грешка на пиксел-екстракцијата, графикон 5.3 на МАПАС | -0,56 | резолуција 120,3 членови по пиксел; валидирана е само вкупната сума |

*Извор: пресметки на авторот врз основа на податоци од МАПАС, ДЗС и АСО, со методолошки детали во методолошките белешки од придружниот код.*

Табела В.2. Програмирано повлекување за член што се пензионира во 2026 година: месечна реална исплата по возраст (денари од 2026 година; промената во %).

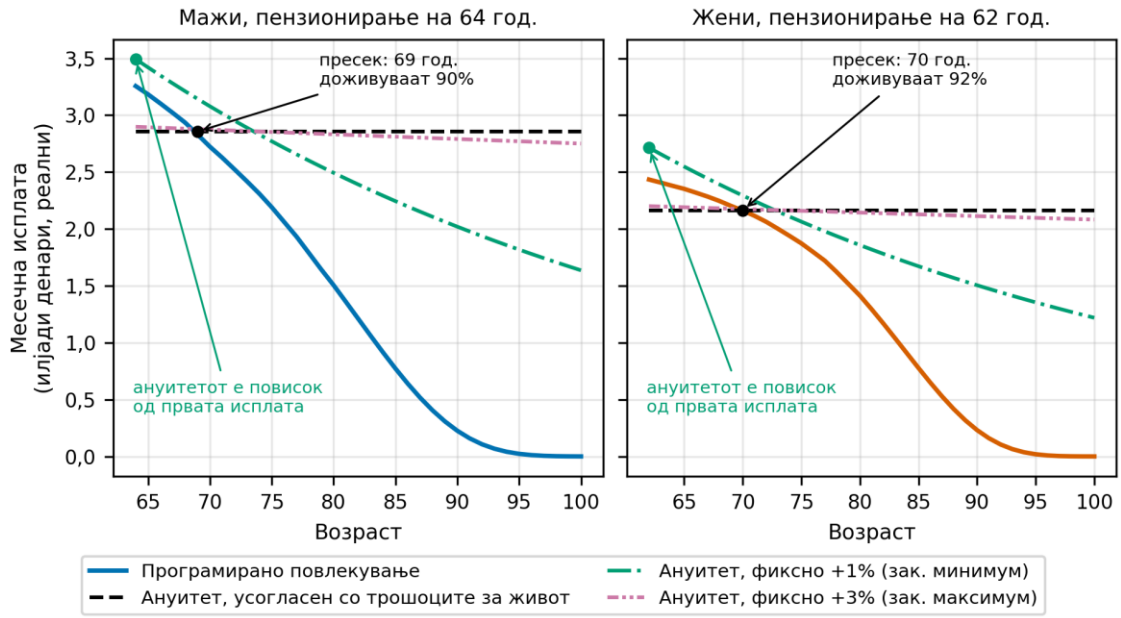
| Возраст | Мажи | Жени |
|---|---|---|
| Прва исплата[а] | 3.256 | 2.434 |
| На 75 години | 2.191 | 1.873 |
| На 85 години | 773 | 777 |
| На 90 години | 226 | 231 |
| Промена до 90 години | -93,1 | -90,5 |

*Извор: пресметки на авторот врз основа на податоци од МАПАС, ДЗС и НБРСМ; вреднувано на реална стапка од 2%, највисоката објавена рамна основа под реалниот таван од 2,18%, врз моделирани салда од 499.012 денари (мажи, пензионирање на 64 години) и 453.103 денари (жени, на 62 години). [а] По чл. 16(4)-(6) од законот за исплата месечниот износ е салдото поделено со ануитетниот фактор по периодната таблица на ДЗС (Сл. весник бр. 177/2022, чл. 2), пресметан одново секоја година, па опаѓањето е аритметика, а не прогноза; ако таблицата се прилагоди за допуштениот максимум од 3 години очекувано траење, првата исплата паѓа на 2.808 и 2.166 денари.*

Табела В.3. Доживотен ануитет по законска форма на индексација наспроти програмираното повлекување, член што се пензионира во 2026 година (исплати во денари од 2026 година месечно, удели во %, возраст во години). Повл./ан. е вишокот на повлекувањето над ануитетот во првата година, Пресек е возраста од која ануитетот е повисок, Дожив. е уделот членови што доживуваат до пресекот, а Никогаш покажува дали повлекувањето никогаш не е повисоко.

| Форма | Прва исплата | На 85 г. | Повл./ан. | Пресек | Дожив. | Никогаш |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Мажи** | | | | | | |
| Трошоци на живот[а] | 2.856 | 2.856 | 14,0 | 69 | 90 | не |
| Фиксно, минимум[б] | 3.493 | 2.244 | -6,8 | 64 | 100 | да |
| Фиксно, максимум[б] | 2.898 | 2.811 | 12,3 | 69 | 90 | не |
| **Жени** | | | | | | |
| Трошоци на живот | 2.165 | 2.165 | 12,5 | 70 | 92 | не |
| Фиксно, минимум | 2.714 | 1.672 | -10,3 | 62 | 100 | да |
| Фиксно, максимум | 2.201 | 2.128 | 10,6 | 70 | 92 | не |

*Извор: пресметки на авторот врз основа на податоци од МАПАС, ДЗС и НБРСМ; иста реална стапка и исти салда како во табела В.2, а минимумот и максимумот се законските граници на фиксното номинално прилагодување, 1% и 3%. [а] Ануитетот е вреднуван на проектираната кохортна таблица, чии веројатности за доживување се единственото место каде таа влегува во споредбата; нето од најголемата провизија по чл. 8, од 2,5% од премијата, првата исплата е 2.785 и 2.110 денари. [б] Реалниот тек на фиксните форми се менува по односот $(1 + g)/(1 + \pi)$ при долгорочна инфлација од 3,15% (просек за 2006-2025 година, НБРСМ); кај минималната форма ануитетот е повисок веќе од првата исплата, па возраста на пресек по конструкција е возраста на пензионирање, а кај максималната пресекот е неизменет.*




*Слика 18. Избор на член што се пензионира во 2026 година: месечна реална исплата по возраст, програмирано повлекување наспроти доживотен ануитет во трите законски форми на индексација, по пол*

*Извор: пресметки на авторот врз основа на податоци од МАПАС, ДЗС и НБРСМ; точката на пресек и веројатноста за доживување до неа се означени на секој панел, а сликата е сценарио, не прогноза.*

## *Прилог Г. Извори на податоци*

Табела Г.1. Извори на суровите податоци, по организација (сите пристапени на 22 септември 2026 година).

| Збирка | Години | Линк |
|---|---|---|
| **МАКСТАТ (ДЗС)** | | |
| Проценки на населението по возраст и пол: ревидирани по Пописот 2021, тековни и претпописни | 1994-2025 | 1 2 3 4 5 6 |
| Официјални проекции на населението | 2022-2070 | 1 |
| Умрени по широки возрасни групи: по регион и по пол со образование, занимање и етничка припадност | 2005-2025 | 1 2 3 4 |
| Метаподатоци за табелите во збирките за население и витална статистика | н/п | 1 2 |
| Официјални скратени периодни таблици на смртност, тригодишни винтажи | 2011-2025 | 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 |
| Бруто-домашен производ, тековни цени | 2000-2025 | 1 |
| Просечна плата по вработен, годишна и месечна серија | 2005-2026 | 1 2 |
| Родов јаз во платите по возрасна група | 2010-2024 | 1 |
| **Евростат** | | |
| Умрени, население на 1 јануари и таблици на смртност за Северна Македонија (`demo_magec`, `demo_pjan`, `demo_mlifetable`) | 1960-2025 | 1 2 3 |
| **МАПАС** | | |
| Годишен извештај за капитално финансираното пензиско осигурување | 2025 | 1 |
| Правилници за таблиците на смртност и за каматните стапки | 2022 | 1 2 |
| Закон за исплата на пензии и пензиски надоместоци, пречистен текст | 2012-2021 | 1 |
| Соопштение за критериумот за задолжително членство | 2018-2019 | 1 |
| **АСО** | | |
| Извештај за работењето на друштвата и агрегати за животно и неживотно осигурување | 2025 | 1 2 3 |
| **НБРСМ и Министерство за финансии** | | |
| Основни макроекономски показатели | тековна | 1 |
| Изјава за монетарната стратегија | тековна | 1 |
| Архива на аукции на државни обврзници | 2005-2026 | 1 |

| Збирка | Години | Линк |
|---|---|---|
| **ЕИОПА и Европска комисија** | | |
| Безризични терминski структури на ЕИОПА, состојба на крајот на август | 2026 | 1 |
| Делегирана регулатива со која се менува Делегираната регулатива (ЕУ) 2015/35 | 2025 | 1 |

*Извор: составено од авторот врз основа на регистарот на извори во придружниот код, каде се наведени датотеката, точната адреса, времето на пристап, гранулираноста и белешките за валидација за секој извор, вклучувајќи ги и изворите за споредбените земји; попис-пристрасноста во очекуваното траење по година и возрасна група е во придружните податоци.*

## *Прилог Д. Изјава за достапност на кодот*

Анализата во овој труд е целосно репродуцибилна од суровите податоци до конечниот документ преку скриптата `scripts/run_all.sh`, која ги повикува чекорите по редослед: чистење на податоците, оценување и проекција на моделите на смртност, вреднување на ануитетите, моделот на системската обврска и, на крај, изработката на конечниот документ. Опкружувањето: R 4.4.3 со пакетите StMoMo 0.4.1, demography 2.0.1, forecast 9.0.2 и arrow 23.0.1.1 за делот за смртност; Python 3.11.5 со pandas 2.3.1, numpy 2.2.1, pyarrow 23.0.1 и scipy 1.16.3 за чистењето, ануитетната и системската анализа; pandoc 3.9 за конверзијата во финалниот документ. Семето е фиксирано на 2026 насекаде каде што се користи случајност (бутстрап на наклонот, процесната симулација, контрафактичкото преспарување на половите при проверката на независноста). Секој резултат во трудот доаѓа од `results/*.json`, произведени детерминистички од тие скрипти при фиксираното семе; повторно извршување на `scripts/run_all.sh` врз истите сурови податоци го репродуцира секој број во овој труд до последната прикажана децимала.

Целосниот код, суровите податоци (каде лиценцата на изворот го дозволува тоа) и меѓучекорите се објавени во јавниот репозиториум https://github.com/filipce30/aso-konkurs-kod.

*Извор: пресметки на авторот.*

## *Прилог Ѓ. Институционална споредба: режими на исплата во четири земји од Европската унија*

Табела Ѓ.1. Исплатна фаза на вториот столб: Хрватска, Словачка, Латвија и Романија наспроти Северна Македонија.

| Обележје | Хрватска | Словачка | Латвија | Романија | Северна Македонија |
|---|---|---|---|---|---|
| **Давател и актуарска основа** | | | | | |
| Давател | наменско пензиско осигурително друштво со дозвола од ХАНФА; животните осигурувачи не смеат | животен осигурувач, само преку централниот систем на понуди | животен осигурувач; капиталот се пренесува како еднократна премија | четири категории даватели со овластување од АСФ | друштво за осигурување со дозвола за класата 24; нема издадена дозвола |
| Се бара проектирана таблица | да, како супервизорска практика | да, со закон (Акт 43/2004, чл. 46(3)) | не | не, само статична популациска таблица | да за пензиските друштва, без минимум и со таван од 3 години (Сл. весник бр. 177/2022, чл. 2); акт на АСО за заеднички стандард: не |
| Пропишана именувана таблица | не | не | не | не, само извор во дефиниција | не |
| Таван врз подобрувањето на смртноста | не | не | нема барање за подобрување | нема барање за подобрување | да, до 3 години очекувано траење, како горна граница |
| Унисекс-определување на цената[а] | да (ЗМОД, чл. 105(1)-(2) и чл. 107) | да; возраста е единствениот индивидуален фактор | не е најдено во пензиските прописи | не е најдено во законот за исплата | не; таблиците се по пол и возраст |
| **Цена и производ** | | | | | |
| Таван врз каматната стапка | нема законски таван; контрола однапред од супервизорот и именуваниот актуар | нема законски таван; гарантираниот принос се регистрира во системот на понуди | не е најдено | не е најдено; подзаконско уредување на АСФ | реален 2,18, од номинален 5,01 по одбитокот за трошоците на живот |
| Задолжителен загарантиран период | не; се нуди како опција | да; 84 месеци кај сите варијанти | не | не е најден; постои компонента за преживеан | не; најмногу 240 месеци |
| Задолжителна индексација | да; по индексот на потрошувачките цени, најмалку двапати годишно | не за самиот ануитет; една од шесте варијанти во понудата, со законска стапка од 2 | не; договорот фиксира месечен износ | основата не е пропишана, ја уредува АСФ | да; АСО годишно определува минимум меѓу 1 и 3 |
| Провизија | нема таван; ограничени трошоци на стекнување во техничката резерва | посредувањето е забрането во целост | не е најден таван | месечна провизија за управување до 0,05 од средствата | најмногу 2,5 од премијата (чл. 8(2)) |
| **Пазарни исходи** | | | | | |
| Остварена стапка на прифаќање на ануитет | 35,3 | 22,7 | не е најдена | 0,0[б] | 0,0 |
| Почеток на исплатниот режим | 2014 | 2015 | 2003 | вториот столб од 2008, исплатниот закон од 5 јануари 2027 година | исплатниот закон од 2012 година; ануитетите не се активирани |
| Документиран проблем[в] | опаѓачки удел нови пензионери со пензија од двата столба; реформата од 2024 година го зголеми додатокот во првиот столб без промена на актуарската основа | 1.028 штедачи во 2025 година без понуда поради премал износ; просечен ануитет 26,2 евра месечно при 9.852 ануитети | осигурувачите сами определуваат минимална премија (да), па малите салда се враќаат во јавниот столб | исплатниот модел беше двапати оспорува пред Уставниот суд | н/п |

*Извор: составено од авторот од примарни правни текстови и објави на супервизорите; целосните извори се во придружниот код. „Не е најдено“ значи дека вредноста не е пронајдена во примарните инструменти. [а] Изречно унисекс-правило имаат само Хрватска и Словачка; латвиските и романските прописи молчат, а домашниот правилник на МАПАС (Сл. весник бр. 177/2022, чл. 3) бара таблици по пол и возраст. [б] Законот стапува во сила на 5 јануари 2027 година. [в] Ниту еден режим не пропишува именувана таблица ни таван врз подобрувањето; проектирана основа бараат 2 од четирите, а повторливите проблеми произлегуваат од праговите, стапките и дистрибуцијата.*

## Библиографија


Altiparmakov, N. and Matković, G. (2018) „The development of private pensions in Serbia: Caught between a generic blueprint and an unconducive local environment," *Transfer: European Review of Labour and Research*, 24(1), pp. 57-71. Available at: https://doi.org/10.1177/1024258917746033.

Bajatov, R. (2015) „Анализа на смртноста на корисниците на ануитет од повеќе земји и корекција на македонски популациски таблици на смртност [analysis of the mortality of annuity holders from several countries and correction of Macedonian population mortality tables]." НЛБ Нов пензиски фонд АД Скопје; ACO Award-winning paper (September 2015). Available at: aso.mk/wp-content.

Blake, D.P., Kallestrup-Lamb, M. and Rangvid, J. (2023) „Longevity risk and capital markets: The 2021-22 update." SSRN Electronic Journal. Available at: https://doi.org/10.2139/ssrn.4539108.

Boonen, T.J. (2017) „Solvency II solvency capital requirement for life insurance companies based on expected shortfall," *European Actuarial Journal*, 7(2), pp. 405-434. Available at: https://doi.org/10.1007/s13385-017-0160-4.

Börger, M. (2010) „Deterministic shock vs. Stochastic value-at-risk - an analysis of the Solvency II standard model approach to longevity risk," *Blätter der DGVFM*, 31(2), pp. 225-259. Available at: https://doi.org/10.1007/s11857-010-0125-z.

Brouhns, N., Denuit, M. and Vermunt, J.K. (2002) „A Poisson log-bilinear regression approach to the construction of projected lifetables," *Insurance: Mathematics and Economics*, 31(3), pp. 373-393. Available at: https://doi.org/10.1016/S0167-6687(02)00185-3.

Cairns, A.J.G. *et al.* (2009) „A quantitative comparison of stochastic mortality models using data from England and Wales and the United States," *North American Actuarial Journal*, 13(1), pp. 1-35. Available at: https://doi.org/10.1080/10920277.2009.10597538.

Cairns, A.J.G., Blake, D. and Dowd, K. (2006) „A two-factor model for stochastic mortality with parameter uncertainty: Theory and calibration," *Journal of Risk and Insurance*, 73(4), pp. 687-718. Available at: https://doi.org/10.1111/j.1539-6975.2006.00195.x.

Dang, O., Kamiya, S. and Zhou, L. (2026) „The impact of COVID-19 on mortality in 34 countries and economies," *North American Actuarial Journal*, 30(1), pp. 92-129. Available at: https://doi.org/10.1080/10920277.2025.2496726.

Dowd, K. *et al.* (2010) „Backtesting stochastic mortality models: An ex post evaluation of multi-period-ahead density forecasts," *North American Actuarial Journal*, 14(3), pp. 281-298. Available at: https://doi.org/10.1080/10920277.2010.10597592.

EIOPA (2014) *The underlying assumptions in the standard formula for the solvency capital requirement calculation*. EIOPA-14-322. EIOPA. Available at: acpr.banque-france.fr/system.

European Commission (2015) „Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 of 10 October 2014 supplementing Directive 2009/138/EC (Solvency II)." Official Journal L 12, 17.01.2015; CELEX 32015R0035. Available at: legislation.gov.uk/eur.

European Commission (2025) „Commission Delegated Regulation (EU) .../... amending Delegated Regulation (EU) 2015/35 as regards technical provisions, long-term guarantee measures, own funds, equity risk, spread risk on securitisation positions, other standard formula capital requirements, reporting and disclosure, proportionality and group solvency." European Commission, C(2025) 7206 final/2, Brussels, 29.10.2025 (replaces C(2025) 7206 final of the same date - a numbering correction only, all language versions). Available at: ec.europa.eu/finance.

European Parliament and Council (2009) „Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council of 25 November 2009 on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II)." Official Journal L 335, 17.12.2009, p. 1; CELEX 32009L0138. Available at: https://www.efta.int/eea-lex/32009l0138.

Finkelstein, A. and Poterba, J. (2004) „Adverse selection in insurance markets: Policyholder evidence from the U.K. Annuity market," *Journal of Political Economy*, 112(1), pp. 183-208. Available at: https://doi.org/10.1086/379936.

Gerovska Mitev, M. (2021) *ESPN thematic report: Assessment of pension adequacy - North Macedonia*. European Social Policy Network (ESPN), for the European Commission Directorate-General for Employment, Social Affairs; Inclusion. Available at: ec.europa.eu/social.

Gubbels, J., Snelbecker, D. and Zezulin, L. (2007) *The Kosovo pension reform: Achievements and lessons*. Social Protection Discussion Paper No. 0707. The World Bank. Available at: documents1.worldbank.org/curated.

Hrvatski sabor (2014) „Zakon o mirovinskim osiguravajućim društvima (croatian pension insurance companies act)." Unofficial consolidated text (NN 22/14, 29/18, 115/18, 156/23, 52/25) as published by the supervisor HANFA; unisex-pricing provisions cl. 105 and cl. 107. Available at: hanfa.hr/media.

Hunt, A. and Blake, D. (2020) „Identifiability in age/period/cohort mortality models," *Annals of Actuarial Science*, 14(2), pp. 500-536. Available at: https://doi.org/10.1017/S1748499520000123.

IOPS (2020) „IOPS Country Profile: North Macedonia.“ December 2020, hosted by OECD; International Organisation of Pension Supervisors. Available at: oecd.org/content.

Jarner, S.F. and Kryger, E.M. (2011) „Modelling adult mortality in small populations: The SAINT model,“ *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 41(2), pp. 377-418. Available at: https://doi.org/10.2143/AST.41.2.2136982.

Lee, R.D. and Carter, L.R. (1992) „Modeling and forecasting U.S. mortality,“ *Journal of the American Statistical Association*, 87(419), pp. 659-671. Available at: https://doi.org/10.1080/01621459.1992.10475265.

Li, N. and Lee, R. (2005) „Coherent mortality forecasts for a group of populations: An extension of the Lee-Carter method,“ *Demography*, 42(3), pp. 575-594. Available at: https://doi.org/10.1353/dem.2005.0021.

Lozanoska, A. and Janeska, V. (eds.) (2024) *Демографските промени во Република Северна Македонија со фокус на Пописот на населението од 2021 година - причини, последици и импликации [Demographic Changes in the Republic of North Macedonia with Focus on the 2021 Population Census - Causes, Consequences and Implications]*. Skopje: Economic Institute - Skopje, Ss. Cyril; Methodius University. Available at: ek-inst.ukim.edu.mk.

Milev, J. (2020) „Pay-out phase for the universal pension funds in Bulgaria - new risks and opportunities for the insured individuals,“ *Yearbook of UNWE (Научни трудове на УНСС)*, (1), pp. 89-101. Available at: https://doi.org/10.37075/yb.2020.1.06.

Mitchell, O.S. *et al.* (1999) „New evidence on the money’s worth of individual annuities,“ *American Economic Review*, 89(5), pp. 1299-1318. Available at: https://doi.org/10.1257/aer.89.5.1299.

Národná rada Slovenskej republiky (2004) „Zákon č. 43/2004 z. Z. O starobnom dôchodkovom sporení a o zmene a doplnení niektorých zákonov.“ Consolidated (úplné znénie) version in force from 1 January 2026, Slov-lex (Ministry of Justice of the Slovak Republic). Available at: slov-lex.sk/static.

Nestić, D. (2019) *Policy note: Adequacy of pensions in Croatia*. Institute of Economics, Zagreb, prepared for the World Bank. Available at: thedocs.worldbank.org/en.

Olivieri, A. and Pitacco, E. (2009) „Stochastic mortality: The impact on target capital,“ *ASTIN Bulletin*, 39(2), pp. 541-563. Available at: https://doi.org/10.2143/AST.39.2.2044647.

Petreski, B. and Gacov, P. (2018) *Sustainability of the pension system in Macedonia: Comprehensive analysis and reform proposal with MK-PENS - dynamic microsimulation model*. Policy study 14. Finance Think - Economic Research; Policy Institute, Skopje. Available at: financethink.mk/wp-content.

Petreski, B. and Petreski, M. (2021) „Dynamic microsimulation modelling of potential pension reforms in North Macedonia,“ *Journal of Pension Economics & Finance*, 20(1), pp. 49-66. Available at: https://doi.org/10.1017/S1474747219000374.

Plat, R. (2011) „One-year value-at-risk for longevity and mortality,“ *Insurance: Mathematics and Economics*, 49(3), pp. 462-470. Available at: https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2011.07.002.

Raveni, A., Ismaili, D. and Bajrami Ollogu, E. (2024) „The effects of emigration on the sustainability of the pension system in North Macedonia,“ *South East European Journal of Sustainable Development*, 8(3), pp. 19-28. Available at: seejsd.unt.edu.mk/wp-content.

Renshaw, A.E. and Haberman, S. (2006) „A cohort-based extension to the Lee-Carter model for mortality reduction factors,“ *Insurance: Mathematics and Economics*, 38(3), pp. 556-570. Available at: https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2005.12.001.

Richards, S.J., Currie, I.D. and Ritchie, G.P. (2014) „A value-at-risk framework for longevity trend risk,“ *British Actuarial Journal*, 19(1), pp. 116-139. Available at: https://doi.org/10.1017/S1357321712000451.

Robben, J., Antonio, K. and Devriendt, S. (2022) „Assessing the impact of the COVID-19 shock on a stochastic multi-population mortality model,“ *Risks*, 10(2), p. 26. Available at: https://doi.org/10.3390/risks10020026.

Schnürch, S. *et al.* (2022) „The impact of mortality shocks on modelling and insurance valuation as exemplified by COVID-19,“ *Annals of Actuarial Science*, 16(3), pp. 498-526. Available at: https://doi.org/10.1017/S1748499522000045.

Srbinoski, B. (2019) „Life insurance demand and borrowing constraints.“ University Carlo Cattaneo - LIUC; ACO Award-winning paper. Available at: aso.mk/wp-content.

Šterpin, D., Laporšek, S. and Vovk, B. (2026) „Policy-induced welfare losses from limited decumulation options: The case of Slovenia’s DC pensions,“ *Eastern European Economics*, pp. 1-32. Available at: https://doi.org/10.1080/00128775.2026.2652436.

Thatcher, A.R., Kannisto, V. and Vaupel, J.W. (1998) *The force of mortality at ages 80 to 120*. Odense, Denmark: Odense University Press (Odense monographs on population aging). Available at: wellcomecollection.org/works.

Villegas, A.M., Kaishev, V.K. and Millossovich, P. (2018) „StMoMo: An R package for stochastic mortality modeling,“ *Journal of Statistical Software*, 84(3), pp. 1-38. Available at: https://doi.org/10.18637/jss.v084.i03.

Vittas, D., Rudolph, H.P. and Pollner, J. (2010) *Designing the Payout Phase of Funded Pension Pillars in Central and Eastern European Countries*. Policy Research Working Paper 5276. The World Bank. Available at: www-wds.worldbank.org/external.

Wilmoth, J.R. *et al.* (2025) *Methods protocol for the human mortality database (version 6)*. Human Mortality Database, University of California, Berkeley; Max Planck Institute for Demographic Research. Available at: mortality.org/File.

Xhemali, N., Bexheti, A. and Pulejkov, A. (2025) „Fiscal sustainability of pension fund from the perspective of second pillar: Case of North Macedonia," *Navigating economic uncertainty - vol. 1*. Cham: Springer Nature Switzerland (Springer proceedings in business and economics), pp. 87-118. Available at: https://doi.org/10.1007/978-3-031-73506-6_6.

Yaari, M.E. (1965) „Uncertain lifetime, life insurance, and the theory of the consumer," *The Review of Economic Studies*, 32(2), pp. 137-150. Available at: https://doi.org/10.2307/2296058.

АСО (2020) „Правилник за минималните стандарди за пресметка на техничките резерви." Службен весник на РСМ бр. 318/2020, 31.12.2020; донесен врз основа на член 158-s точка 1) во врска со член 74 точка 5) од Законот за супервизија на осигурување, на седница на Советот на експерти на 22.12.2020; Агенција за супервизија на осигурување, Совет на експерти. Available at: aso.mk/wp-content.

АСО (2026a) *Годишен извештај за состојбата и движењата на осигурителниот пазар во 2025 година*. Скопје: АСО. Available at: aso.mk/wp-content.

АСО (2026b) „Регистар на друштва за осигурување на живот (дозволени класи по друштво)." Live web register, dated HTML snapshot archived by the author; Агенција за супервизија на осигурување. Available at: aso.mk/registar.

ДЗС (2023) *Population Projections of the Republic of North Macedonia by 2070*. Skopje: State Statistical Office of the Republic of North Macedonia. Available at: stat.gov.mk/publikacii.

МАПАС (2022a) „Правилник за правилата и минималните стандарди за определување на каматни стапки." Службен весник на РСМ бр. 177/2022, 8.8.2022; донесен врз основа на член 22 став (7) и член 63 став (7) од Законот за исплата на пензии и пензиски надоместоци од капитално финансирано пензиско осигурување (Сл. весник на РМ бр. 11/2012, 147/2015 и 30/2016 и Сл. весник на РСМ бр. 103/2021), на седница на 27.7.2022; Агенција за супервизија на капитално финансирано пензиско осигурување, Совет на експерти. Available at: mapas.mk/wp-content.

МАПАС (2022b) „Правилник за правилата и минималните стандарди за таблиците на смртност." Службен весник на РСМ бр. 177/2022, 8.8.2022; донесен врз основа на член 22 став (3) и член 63 став (3) од Законот за исплата на пензии и пензиски надоместоци од капитално финансирано пензиско осигурување (Сл. весник на РМ бр. 11/2012, 147/2015 и 30/2016 и Сл. весник на РСМ бр. 103/2021), на седница на 27.7.2022; Агенција за супервизија на капитално финансирано пензиско осигурување, Совет на експерти. Available at: mapas.mk/wp-content.

МАПАС (2025) *Извештај за состојбите во капитално финансирано пензиско осигурување 2024*. Скопје: МАПАС. Available at: mapas.mk/wp-content.

МАПАС (2026) *Извештај за состојбите во капитално финансираното пензиско осигурување во 2025 година*. Скопје: МАПАС. Available at: mapas.mk/wp-content.

НБРСМ (2020) *Извештај за финансиската стабилност во Република Северна Македонија во 2019 година*. Народна банка на РСМ. Available at: nbrm.mk/content.

Собрание на РСМ (2012) „Закон за исплата на пензии и пензиски надоместоци од капитално финансирано пензиско осигурување - неофицијален консолидиран текст." Службен весник на Република Македонија бр. 11/2012, 147/2015 и 30/2016; Службен весник на Република Северна Македонија бр. 103/2021 (консолидиран текст изготвен од МАПАС, мај 2021); Собрание на Република Северна Македонија. Available at: mapas.mk/wp-content.

Собрание на РСМ (2022) „Закон за супервизија на осигурување - неофицијален пречистен текст." Неофицијален пречистен текст hosted by АСО; incorporates Службен весник на РСМ бр. 27/02 through 173/2022 (full gazette chain confirmed in the document's own footnote 1, p. 1); Собрание на Република Северна Македонија. Available at: aso.mk/wp-content.